JEE (ADVANCED) 2019 PAPER II

PHYSICS

SECTION-1 (Maximum Marks : 12)

This section contains EIGHT (08) questions.

*** Each question has FOUR options ONE OR MORE THAN ONE of these four option(s) is(are) correct answer(s).**

* For each question, choose the option(s) corresponding to (all) the correct answer(s).

* Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme.

Full Marks : +4 If only (all) the correct option(s) is (are) chosen.

Partial Marks : +3 If all the four options are correct but ONLY three options are chosen.

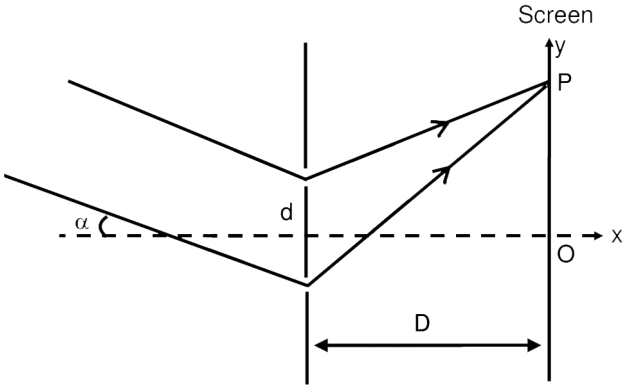
Partial Marks : +2 If three or more options are correct but ONLY two options are chosen and both of which are correct.

Partial Marks : +1 If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option.

Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).

Negative Marks : –1 In all other cases

1. In a Young's double slit experiment, the slit separation d is 0.3 mm and the screen distance D is 1 m. A parallel beam of light of wavelength 600 nm is incident on the slits at angle α as shown in figure. On the screen, the point O is equidistant from the slits and distance PO is 11.0 mm. Which of the following statement(s) is/ are correct?
एक यंग के द्विझिर्री प्रयोग में झिर्रियों के बीच की दूरी d = 0.3 mm तथा पर्दे की दूरी D = 1 m है। एक समान्तर प्रकाश पुंज जिसका तरंगदैर्ध्य 600 nm है झिर्रियों पर α कोण से आपतित होता है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। पर्दे पर बिन्दु O झिर्रियों से समान दूरी पर है तथा PO = 11.0 mm है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं ? Question ID : 337911169



(1) For $\alpha = 0$, there will be constructive interference at point P.

(2) For $\alpha = \frac{0.36}{\pi}$ degree, there will be destructive interference at point P.

(3) Fringe spacing depends on α.

(4) For $\alpha = \frac{0.36}{\pi}$ degree, there will be destructive interferenece at point O.

(1) $\alpha = 0$ के लिए, बिन्दु P पर संपोषी (constructive) व्यतिकरण होगा।

(2) $\alpha = \frac{0.36}{\pi}$ डिग्री के लिए बिन्दु P पर विनाशी व्यतिकरण होगा।

(3) फ्रिन्जों के बीच की दूरी α पर निर्भर करती है।

(4) $\alpha = \frac{0.36}{\pi}$ डिग्री के लिए बिन्दु O पर विनाशी व्यतिकरण (destructive interference) होगा।

Ans. 2

S. Total geometrical path difference for point P is

$$\Delta x = d\sin\alpha + \frac{yd}{D}$$

(1) $\Delta x = \frac{yd}{D} = 3300\text{nm} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ for $n = 5$

There will be destructive interference at P.

(2) $\alpha = \frac{0.36}{\pi}$ degree, then $\Delta x = 3900\text{nm} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$ for $n = 6$

There will be destructive interference at P.

or $(2n-1)\frac{\lambda}{2} = \Delta x$ (for destructive interference)

$\therefore\ n = 7$

(3) Fringe width in all the above case remain unchanged.

(4) If $\alpha = \frac{0.36}{\pi}$ degree, then $\Delta x = d\alpha = 600\text{nm} = n\lambda$ for $n = 1$

There will be constructive interference at O.

2. A free hydrogen atom after absorbing a photon of wavelength λ_a gets excited from the state $n = 1$ to the state $n = 4$. Immediately after that the electron jumps to $n = m$ state by emitting a photon of wavelength λ_e. Let the change in momentum of atom due to the absorption and the emission are Δp_a and Δp_e respectively. If $\lambda_a/\lambda_e = \frac{1}{5}$, which of the option(s) is/are correct? Question ID : 337911170

[Use $hc = 1242$ eV nm ; 1 nm $= 10^{-9}$ m, h and c are Plank's constant and speed of light, respectively]

(1) $\lambda_e = 418\text{nm}$ (2) $m = 2$ (3) $\frac{\Delta p_a}{\Delta p_e} = \frac{1}{2}$

(4) The ratio of kinetic energy of the electron in the state n = m to the state n = 1 is $\frac{1}{4}$

एक स्वतंत्र हाइड्रोजन परमाणु λ_a तरंगदैर्ध्य के एक फोटोन को अवशोषित करके n = 1 अवस्था से n = 4 अवस्था में चला जाता है। इसके तुरन्त पश्चात परमाणु λ_e तरंगदैर्ध्य का एक फोटोन उत्सर्जन करते हुये n = m अवस्था में चला जाता है। मान लिजिये कि अवशोषण तथा उत्सर्जन के दौरान परमाणु के संवेग में परिवर्तन क्रमशः Δp_a तथा Δp_e है। यदि $\lambda_a/\lambda_e = \frac{1}{5}$ है, तब निम्नलिखित विकल्पों में से कौनसा/से सही है/हैं –

[दिया है hc = 1242 eV nm ; 1 nm = 10^{-9} m, जहां h प्लांक नियतांक तथा c प्रकाश की गति है]

(1) $\lambda_e = 418\text{nm}$ (2) $m = 2$ (3) $\frac{\Delta p_a}{\Delta p_e} = \frac{1}{2}$

(4) इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जाओं का अवस्था n = m से अवस्था n = 1 में अनुपात $\frac{1}{4}$ है।

Ans. 2,4

S. $\frac{hc}{\lambda_a} = (E_4 - E_1)$ and $\frac{hc}{\lambda_e} = (E_4 - E_m)$

$\Delta p_a = \frac{(E_4 - E_1)}{c}$ and $\Delta p_e = \frac{(E_4 - E_m)}{c}$

(2) $\frac{\lambda_a}{\lambda_e} = \frac{(E_4 - E_m)}{E_4 - E_1}$

$\frac{1}{5} = \frac{\frac{1}{m^2} - \frac{1}{16}}{\frac{15}{16}}$

$m = 2$

(3) $\frac{\Delta p_a}{\Delta p_e} = \frac{(E_4 - E_1)}{(E_4 - E_m)} = \frac{15 \times 16}{16 \times 3} = 5$

(4) $K = \frac{13.6\text{eV}}{n^2}$

$\frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{4}$

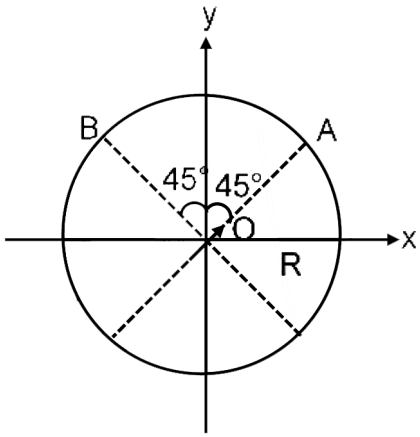
(1) $\frac{hc}{\lambda_e} = (13.6\text{eV})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) = (13.6\text{eV}) \times \frac{3}{16}$

$\lambda_e \approx 487\text{ nm}$

3. An electric dipole with dipole moment $\frac{p_0}{\sqrt{2}}\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$ is held fixed at the origin O in the presence of an uniform electric field of magnitude E_0. If the potential is constant on a circle of radius R centered at the origin as shown in figure, then the correct statement(s) is/are: ($\in_0$ is permittivity of free space. R >> dipole size)

द्विध्रुव आघूर्ण (dipole moment) $\frac{p_0}{\sqrt{2}}\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$ के एक विद्युत द्विध्रुव (electric dipole) को मूल बिन्दु O पर परिमाण E_0 के एकसमान विद्युत क्षेत्र में दृढ़ रख सकते है। यदि चित्रानुसार, मूल बिन्दु O पर केन्द्रित एक R त्रिज्या वाले वृत्त पर विभव नियत रहता है तब निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से सही है/हैं (मुक्त आकाश का परावैद्युतांक $\in_0$ है तथा R >> द्विध्रुव आकार)

Question ID : 337911166



(1) Total electric field at point A is $\vec{E}_A = \sqrt{2}E_0\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$

(2) $R = \left(\frac{p_0}{4\pi \in_0 E_0}\right)^{1/3}$

(3) The magnitude of total electric field on any two points of the circle will be same

(4) Total electric field at point B is $\vec{E}_B = 0$

(1) बिन्दु A पर कुल विद्युत क्षेत्र $\vec{E}_A = \sqrt{2}E_0\left(\hat{i}+\hat{j}\right)$ है।

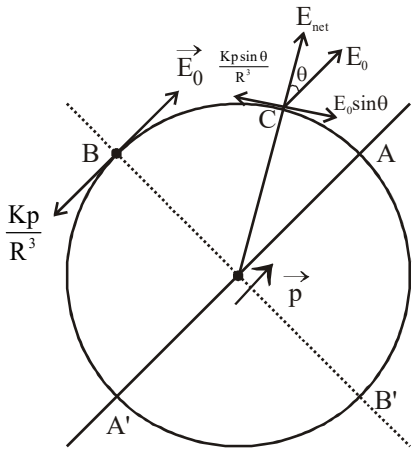
(2) $R = \left(\frac{p_0}{4\pi \in_0 E_0}\right)^{1/3}$

(3) दिये गये वृत्त पर किन्हीं दो बिन्दुओं पर कुल विद्युत क्षेत्र का परिमाण एकसमान है।

(4) बिन्दु B पर कुल विद्युत क्षेत्र $\vec{E}_B = 0$ है।

Ans. 2,4

S.



If $\vec{E}_0$ has any component perpendicular to $\vec{p}$ then $\vec{E}_{net}$ at A & A' cannot be perpendicular to the circle at all points. Only possibility is that $\vec{E}_0$ is along $\vec{p}$, such that

At B, $E_0 = \frac{Kp_0}{R^3}$ and direction is same as $\vec{p}$.

We can see from figure, $\vec{E}_{net}$ at a general point C will be perpendicular to the circle.

(2) $\frac{kp_0}{R^3} = E_0$

$$R = \left(\frac{kp_0}{E_0}\right)^{1/3} = \left(\frac{p_0}{4\pi \in_0 E_0}\right)^{1/3}$$

(1) $\vec{E}_A = \frac{2k\vec{p}}{R^3} + \vec{E}_0 = 3\vec{E}_0$

(4) $E_B = 0$

(3) The magnitude of total electric field is not same at all point on the circle.

4. A thin and uniform rod of mass M and length L is held vertical on a floor with large friction. The rod is released from rest so that it falls by rotating about its contact-point with the floor without slipping. Which of the following statement(s) is/are correct, when the rod makes an angle 60° with vertical? Question ID : 337911163

[g is the acceleration due to gravity]

(1) The angular acceleration of the rod will be $\frac{2g}{L}$

(2) The radial acceleration of the rod's center of mass will be $\frac{3g}{4}$

(3) The angular speed of the rod will be $\sqrt{\frac{3g}{2L}}$

(4) The normal reaction force from the floor on the rod will be $\frac{Mg}{16}$

लम्बाई L एवं द्रव्यमान M की एकसमान पतली छड़ को अधिक घर्षण वाले तल पर लम्बवत् रखते है। इसको स्थिर अवस्था में छोड़ने पर यह तल के संपर्क बिन्दु के परितः घूमते हुये बिना फिसले गिरती है। जब यह छड़ ऊर्ध्वाधर से 60° कोण बनाती है तब निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से सही है/हैं [g गुरूत्वीय त्वरण है]

(1) छड़ का कोणीय त्वरण $\frac{2g}{L}$ होगा।

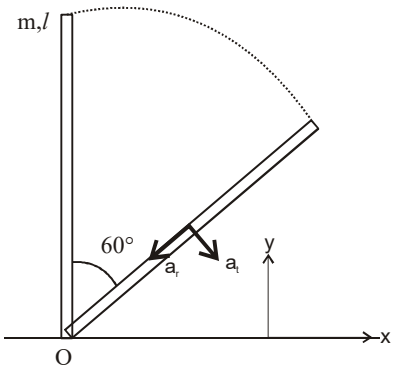
(2) छड़ के द्रव्यमान केन्द्र का त्रिज्य त्वरण $\frac{3g}{4}$ होगा।

(3) छड़ की कोणीय गति $\sqrt{\frac{3g}{2L}}$ होगी।

(4) तल के लम्बवत् छड़ पर प्रतिक्रिया (normal reaction) बल $\frac{Mg}{16}$ होगा।

A. 2,3,4

S.



(1) $\tau_0 = Mg\frac{L}{2}\sin 60° = I\alpha \qquad \left(I = \frac{ML^2}{3}\right)$

$\alpha = \frac{3\sqrt{3}g}{4L}$

(3) By applying conservation of energy (work done by friction is zero)

$\frac{MgL}{2}(1-\cos 60°) = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad \left(I = \frac{ML^2}{3}\right)$

$\omega = \sqrt{\frac{3g}{2L}}$

(2) $a_r = \frac{\omega^2 L}{2} = \frac{3g}{4}$

(4) For centre of mass of the rod

$$a_y = a_T \sin 60° + a_R \cos 60°$$

$$= \frac{L}{2}\alpha \sin 60° + \frac{\omega^2 L}{2}\cos 60°$$

$$= \frac{L\sqrt{3}}{4}\left[\frac{3\sqrt{3}g}{4L}\right] + \frac{3g}{2L} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \left(\frac{9}{16} + \frac{3}{8}\right)g = \frac{15g}{16}$$

$$Mg - N = Ma_y$$

$$N = \frac{Mg}{16}$$

5. A mixture of ideal gas containing 5 moles of monatomic gas and 1 mole of rigid diatomic gas is initially at pressure P_0, volume V_0 and temperature T_0. If the gas mixture is adiabatically compressed to a volume $V_0/4$, then the correct statement(s) is/are,

(Given $2^{1.2} = 2.3$; $2^{3.2} = 9.2$; R is gas constant) Question ID : 337911167

(1) The average kinetic energy of the gas mixture after compression is in between $18RT_0$ and $19RT_0$

(2) The work |W| done during the process is $13\ RT_0$

(3) The final pressure of the gas mixture after compression is in between $9P_0$ and $10P_0$

(4) Adiabatic constant of the gas mixture is 1.6

5 मोल एकपरमाणुक तथा 1 मोल दृढ़ द्विपरमाणुक आदर्श गैस के मिश्रण का आरम्भ में दाब P_0, आयतन V_0 तथा तापमान T_0 है। यदि गैस के मिश्रण को रूद्वोष्म (adiabatic) प्रक्रम से इतना संपीडित किया जाता है कि आयतन $V_0/4$ हो जाये तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं –

(दिया है $2^{1.2} = 2.3$; $2^{3.2} = 9.2$; R गैस नियतांक है)

(1) संपीडन के बाद गैस की औसत गतिज ऊर्जा का मान $18RT_0$ तथा $19RT_0$ के बीच है।

(2) प्रक्रम में किया गया कार्य $|W| = 13\ RT_0$ है।

(3) संपीडन के पश्चात अंतिम दाब $9P_0$ तथा $10P_0$ के मध्य है।

(4) गैस के मिश्रण का रूद्वोष्म नियतांक 1.6 है।

Ans. 2,3,4

S. 5 moles monatomic & 1 mole rigid diatomic gas

$(P_0,V_0,T_0) \rightarrow (P, \frac{V_0}{4}, T)$

(4) $f_{mix} = \frac{5\times3+1\times5}{6} = \frac{10}{3}$

& $\gamma_{mix} = 1+\frac{2}{f} = 1.6$

(3) $P_0V_0^{1.6} = P\left(\frac{V_0}{4}\right)^{1.6}$

& $T_0V_0^{r-1} = T\left(\frac{V_0}{4}\right)^{r-1}$

$T = 2.3\ T_0$
$P = 9.2P_0$ {option 3}

(2) $W = \frac{P_0V_0 - 9.2P_0\frac{V_0}{4}}{1.6-1} = -13RT_0$

$|W| = 13RT_0$

(1) Average KE of gas after compression

$= 5\times\frac{3}{2}R(2.3T_0)+1\times\frac{5}{2}R(2.3T_0)$

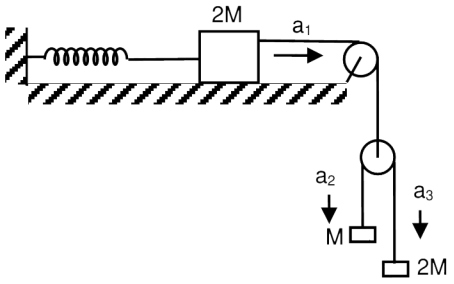
$= 23RT_0$

6. A block of mass 2M is attached to a massless spring with spring–constant K. This block is connected to two other blocks of masses M and 2M using two massless pulleys and strings. The accelerations of the blocks are a_1, a_2 and a_3 as shown in the figure. The system is released from rest with the spring in its unstretched state. The maximum extension of the spring is x_0. Which of the following option(s) is/are correct ?

[g is the acceleration due to gravity. Neglect friction] Question ID : 337911164

2M द्रव्यमान एक एक गुटका एक भारहीन स्प्रिंग, जिसका स्प्रिंग नियतांक K है, से सम्बद्ध है। यह गुटका दो अन्य M तथा 2M द्रव्यमान के गुटकों से दो भारहीन पुलियों एवं डोरियों द्वारा जुड़ा है। गुटकों का त्वरण a_1, a_2 तथा a_3 है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इस निकाय को स्थिर तथा स्प्रिंग की अवितान्य (unstretched) अवस्था से छोड़ा जाता है। स्प्रिंग का अधिकतम खिंचाव (extension) x_0 है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से सही है/हैं –

[g गुरूत्वीय त्वरण है। घर्षण उपेक्षणीय है]



(1) $x_0 = \frac{4Mg}{k}$

(2) When spring achieves an extension of $\frac{x_0}{2}$ for the first time, the speed of the block connected to the spring is $3g\sqrt{\frac{M}{5k}}$

(3) $a_2 - a_1 = a_1 - a_3$

(4) At an extension of $\frac{x_0}{4}$ of the spring, the magnitude of acceleration of the block connected to the spring is $\frac{3g}{10}$.

(1) $x_0 = \frac{4Mg}{k}$

(2) जब स्प्रिंग का खिंचाव पहली बार $\frac{x_0}{2}$ होता है तब स्प्रिंग से जुड़े हुये गुटके की गति का मान $3g\sqrt{\frac{M}{5k}}$ होता है।

(3) $a_2 - a_1 = a_1 - a_3$

(4) जब स्प्रिंग का खिंचाव $\frac{x_0}{4}$ है तब स्प्रिंग से जुड़े हुये गुटके के त्वरण का परिमाण $\frac{3g}{10}$ होता है।

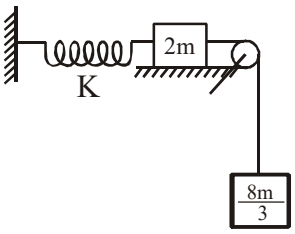
Ans. 3

S. (3) a_m (relative to pully) $= -a_{2m}$ (relative to pully)

$a_2 - a_1 = a_1 - a_3$

$M_{eq} = \frac{4(m)(2m)}{m+2m} = \frac{8m}{3}$

Equivalent system will be



For max. elongation

$$\frac{1}{2}Kx_0^2 = \left(\frac{8m}{3}\right)gx_0$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{16mg}{k}$$

for elongation of $\frac{x_0}{2}$

$$\left(\frac{8m}{3}g\right)\left(\frac{x_0}{2}\right) - \frac{1}{2}K\left(\frac{x_0}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(2m + \frac{8m}{3}\right)v^2$$

$$\Rightarrow v = g\sqrt{\frac{32}{21K}}$$

For elongation of $\frac{x_0}{4}$

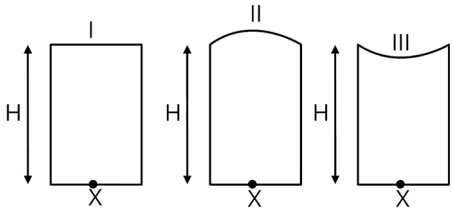
$$\frac{8mg}{3} - K\left(\frac{x_0}{4}\right) = \left(2m + \frac{8m}{3}\right)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{8g}{21}$$

7. Three glass cylinders of equal height H = 30 cm and same refractive index n = 1.5 are placed on a horizontal surface as shown in figure. Cylinder I has a flat top, cylinder II has a convex top and cylinder III has a concave top. The radii of curvature of the two curved tops are same (R = 3m). If H_1, H_2 and H_3 are the apparent depths of a point X on the bottom of the three cylinders, respectively, the correct statement(s) is/are :

चित्रानुसार तीन कांच के बेलन जिनकी ऊँचाई H = 30 cm तथा अपवर्तनांक n = 1.5 है को एक क्षैतिज सतह पर रखा गया है। बेलन I की ऊपरी सतह समतल, बेलन II की ऊपरी सतह उत्तल तथा बेलन III की ऊपरी सतह अवतल है। दोनों वक्रीय सतहों की वक्रता त्रिज्या समान तथा R = 3m है। यदि तीनों बेलनों के नीचे उपस्थित एक बिन्दु X की आभासी गहराइयां H_1, H_2 तथा H_3 है तो निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से सही है/हैं –

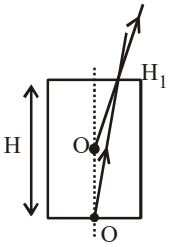
Question ID : 337911168



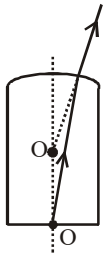
(1) $H_2 > H_1$ (2) $0.8\text{ cm} < (H_2 - H_1) < 0.9\text{ cm}$

(3) $H_3 > H_1$ (4) $H_2 > H_3$

Ans. 1,4

S. Case I : 

$$H_1 = \frac{H}{\mu} = \frac{30\times 2}{3} = 20\text{cm (below)}$$

Case II : 

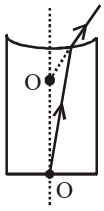
$$\frac{1}{V} + \frac{3}{2H} = \frac{1-1.5}{-R}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} + \frac{1}{20} = \frac{1}{2\times 300}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{1}{600} - \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{-29}{600}$$

$$\therefore H_2 = \frac{600}{29} = 20.68\text{ cm (below)}$$

Case III : 

$$\frac{1}{V} + \frac{3}{2H} = \frac{-1}{2\times 300} \Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{-1}{600} - \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{V} = \frac{-31}{600} \Rightarrow H_3 = \frac{600}{31} = 19.35\text{ cm}$$

$$H_2 - H_1 = 20.68 - 20 = 0.68$$

$H_2 - H_1$ and $H_2 > H_3$

But $H_1 > H_3$

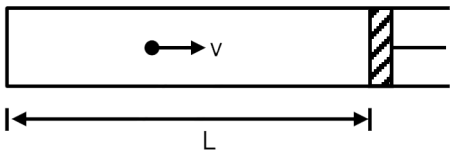
8. A small particle of mass m moving inside a heavy, hollow and straight tube along the tube axis undergoes elastic collision at two ends. The tube has no friction and it is closed at one end by a flat surface while the other end is fitted with a heavy movable flat piston as shown in figure. When the distance of the piston from closed end is $L = L_0$ the particle speed is $v = v_0$. The piston is moved inward at a very low speed V such that $V << \frac{dL}{L} v_0$, Where dL is the infinitesimal displacement of the piston.

Which of the following statement(s) is/are correct ?

एक भारी, खोखली तथा सीधी नलिका के अक्ष की दिशा में एक m द्रव्यमान का छोटा कण गतिशील है और वह नलिका के दोनों सिरों से प्रत्यास्थी संघट्ट (elastic collision) करता है। नलिका की सतह पर कोई घर्षण नहीं है और इसका एक सिरा एक समतल सतह से बंद है जबकि दूसरे सिरे पर एक समतल सतह वाला भारी चलायमान पिस्टन है जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। जब पिस्टन बंद सिरे से $L = L_0$ की दूरी पर है तब कण की गति $v = v_0$ है। पिस्टन को अंदर की ओर बहुत कम गति $V << \frac{dL}{L} v_0$ से चलाते है, जहां dL पिस्टन का अतिसूक्ष्म (infinitesimal) विस्थापन है।

निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से सही है/हैं –

Question ID : 337911165



(1) The particle's kinetic energy increases by a factor of 4 when the piston is moved inward from L_0 to $\frac{1}{2}L_0$

(2) If the piston moves inward by dL, the particle speed increases by $2v\frac{dL}{L}$

(3) The rate at which the particle strikes the piston is v/L

(4) After each collision with the piston, the particle speed increases by 2V

(1) जब पिस्टान L_0 से $\frac{1}{2}L_0$ तक जाता है तब कण की गतिज ऊर्जा 4 गुणा अधिक हो जाती है।

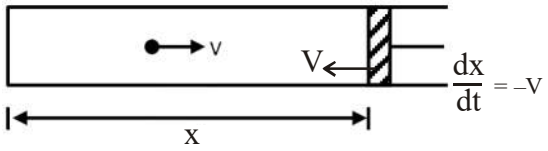
(2) यदि पिस्टन अंदर की तरफ dL दूरी चलता है तब कण की गति $2v\frac{dL}{L}$ से बढ़ जाती है।

(3) कण के पिस्टन से टकराने की दर v/L है।

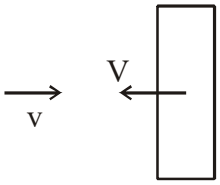
(4) पिस्टन से प्रत्येक संघट्ट के बाद कण की गति 2V से बढ़ जाती है।

Ans. 1,4

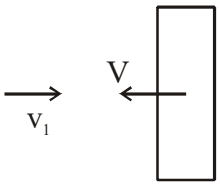
S.



before collision



after collision



for elastic collision : $(v_1 - V) = (v + V)$

$\Rightarrow (v_1 - V) = 2V$

change in velocity

Number of collisions with piston per unit time = $\frac{v}{2x}$ {x is length of tube}

Change in velocity per unit time = collision frequency × change per collision

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v}{2x} \times 2V$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{v}{x} \times V$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{Vdt}{x}$$

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = \int_{L_0}^{x} -\frac{dx}{x} \qquad \left(V = -\frac{dx}{dt}\right)$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_0 L_0}{x}$$

x becomes $\frac{L_0}{2}$ velocity doubles hence K.E. becomes 4 times

SECTION 2 (Maximum Marks : 18)

This section contains SIX (06) questions. The answer to each question is a NUMERICAL VALUE.

* For each question, enter the correct numerical value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer. If the numerical value has more than two decimal

places, truncate/round-off the value to TWO decimal places.

* Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks : +3 If ONLY the correct numerical value is entered.

Zero Marks : 0 In all other cases.

---

1. Suppose a $^{226}_{88}Ra$ nucleus at rest and in ground state undergoes α-decay to a $^{222}_{86}Rn$ nucleus in its excited state. The kinetic energy of the emitted α particle is found to be 4.44 MeV. $^{222}_{86}Rn$ nucleus then goes to its ground state by γ-decay. The energy of the emitted γ photon is ..... keV.

[given : atomic mass of $^{226}_{88}Ra$ = 226.005 u, atomic mass of $^{222}_{86}Rn$ = 222.000 u, atomic mass of α particle = 4.000 u, 1 u = 931 MeV/c^2, c is speed of the light]

माना कि एक स्थिर $^{226}_{88}Ra$ नाभिक अपनी निम्नतम अवस्था (ground state) से α-क्षय करके एक उत्तेजित अवस्था वाले (excited state) $^{222}_{86}Rn$ नाभिक में क्षयित होता है। उत्सर्जित होने वाले α कण की गतिज ऊर्जा 4.44 MeV है। $^{222}_{86}Rn$ नाभिक फिर γ-क्षय करके अपनी निम्नतम अवस्था में आता है। उत्सर्जित γ फोटोन की ऊर्जा ..... keV है।

[दिया है : $^{226}_{88}Ra$ का परमाण्विक द्रव्यमान = 226.005 u, $^{222}_{86}Rn$ का परमाण्विक द्रव्यमान = 222.000 u, α का का परमाण्विक द्रव्यमान = 4.000 u, 1 u = 931 MeV/c^2, c प्रकाश की गति है] Question ID : 337911175

Ans. 135.00

S.

$$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn^{*} + ^{4}_{2}\alpha$$

$$\downarrow \gamma \text{ photon}$$

$$^{222}_{86}Rn$$

$K_\alpha = 4.44 MeV$

$$\text{KE released (E)} = \frac{M_{Ra}}{M_{Rn}} K_\alpha$$

$$= \frac{226}{222} \times 4.44 = 4.52 MeV$$

Energy released = (226.005 – 222.000 – 4.000) 931 MeV
= 4.655 MeV

$\therefore$ Energy of α photon = (4.655 – 4.52) MeV = 135.00 KeV

2. A 10 cm long perfectly conducting wire PQ is moving with a velocity 1 cm/s on a pair of horizontal rails of zero resistance. One side of the rails is connected to an inductor L = 1 mH and a resistance R = 1Ω as shown in figure. The horizontal rails, L and R lie in the same plane with a uniform magnetic field B = 1T perpendicular to the plane. If the key S is closed at certain instant, the current in the circuit after 1 millisecond is x × 10^{-3}A, where the value of x is _____.

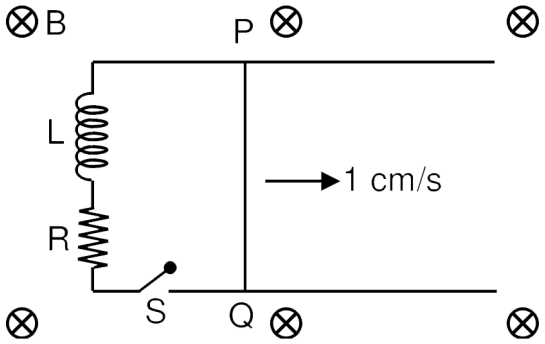
[Assume the velocity of wire PQ remains constant (1 cm/s) after key S is closed. Given : e^{-1} = 0.37, where e

is base of the natural logarithm]

दो क्षैतिज समान्तर रेलों जिनका प्रतिरोध शून्य है पर एक 10 cm लम्बा सुचालक (perfectly conducting) तार PQ 1 cm/s के वेग से चल रहा है। रेलों के एक सिरे पर L = 1 mH प्रेरक (inductor) तथा R = 1Ω प्रतिरोधक चित्रानुसार जुड़ा है। दोनों क्षैतिज रेलें, L तथा R एक ही तल में है और तल के लम्बवत् एक समान चुम्बकीय क्षेत्र B = 1T लगा हुआ है। यदि S कुंजी को किसी क्षण बंद करें तब परिपथ में 1 millisecond के पश्चात धारा $x \times 10^{-3}$A है, जहां x का मान _____ होगा।

[कुंजी S बंद करने के पश्चात् तार PQ का वेग नियत (1 cm/s) मानें।

दिया है : $e^{-1} = 0.37$, जहां e प्राकृतिक लघुगणक (natural logarithm) का आधार है] Question ID : 337911172



Ans. 0.63

S. $\varepsilon_{ind} = Blv = 1 \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{100} = 10^{-3}\text{V}$

$$I = I_0\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$

$$I = \frac{10^{-3}}{1}\left(1 - e^{-1}\right) = 0.63\text{mA}$$

3. An optical bench has 1.5 m long scale having four equal divisions in each cm. While measuring the focal length of a convex lens, the lens is kept at 75 cm mark of the scale and the object pin is kept at 45 cm mark. The image of the object pin on the other side of the lens overlaps with image pin that is kept at 135 cm mark. In this experiment, the percentage error in the measurement of the focal length of the lens is ____.

एक प्रकाशीय बेंच में एक 1.5 m लम्बा पैमाना है, जिसका प्रत्येक cm, चार बराबर भागों में विभाजित है। एक पतले उत्तल लेंस की फोकस दूरी के मापन के दौरान लेंस तथा पिन को पैमाने पर क्रमशः 75 cm तथा 45 cm के चिन्हों पर रखा जाता है। लेंस के दूसरी तरफ वस्तु पिन का प्रतिबिम्ब 135 cm चिन्ह पर रखी प्रतिबिम्ब पिन से मिलता है। इस प्रयोग में लेंस के फोकस दूरी के मापन में प्रतिशत त्रुटि ____ है। Question ID : 337911176

Ans. 0.69

S. $|u| = 30\text{ cm} \pm \frac{1}{4}\text{ cm}$

$|v| = 60\text{ cm} \pm \frac{1}{4}\text{ cm}$

$f = 20\text{ cm}$

$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

$\left|\frac{dv}{v^2}\right| + \left|\frac{du}{u^2}\right| = \frac{df}{f^2}$

$\Rightarrow \frac{df}{f} = f\left[\frac{1/4}{60^2} + \frac{1/4}{20^2}\right]$

maximum possible percentage error in $f = \frac{df}{f} \times 100\% = 0.69\%$

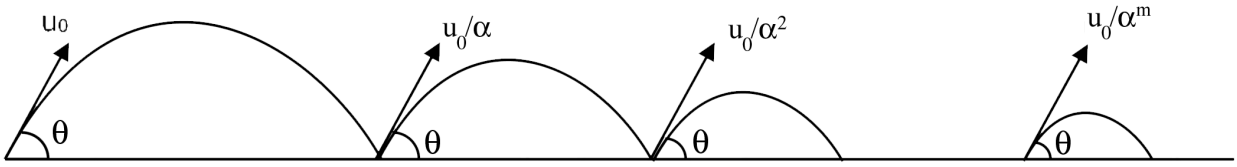
Note : Here you might want to write $|u| = 30 \pm \frac{1}{2}$ cm ; $|v| = 60 \pm \frac{1}{2}$ cm

as u & v are calculated by subtracting two measured values but maximum error in u & v are not independent. On considering different scenarios maximum possible error comes out to be 1.12%

4. A ball is thrown from ground at an angle θ with horizontal and with an initial speed u_0. For the resulting projectile motion, the magnitude of average velocity of the ball up to the point when it hits the ground for the first time is V_1. After hitting the ground, the ball rebounds at the same angle θ but with a reduced speed of u_0/α. Its motion continues for a long time as shown in figure. If the magnitude of average velocity of the ball for entire duration of motion is $0.8\ V_1$, the value of α is _____

एक गेंद को क्षैतिज से θ कोण पर प्रारम्भिक वेग u_0 से फेंका जाता है। यह गेंद, प्रक्षेप्य गति के कारण जब भूतल से पहली बार टकराती है तब उस समय तक के उसके औसत वेग का परिमाण V_1 होता है। भूतल से टकराने के उपरान्त गेंद उसी θ कोण से किन्तु u_0/α की क्षीण गति से उछलती है। चित्रानुसार उसकी गति लंबे समयान्तराल तक रहती है। इस लम्बे अन्तराल के दौरान गेंद के औसत वेग का परिमाण $0.8\ V_1$ पाया जाता है, तब α का मान _____ है ?

Question ID : 337911171



Ans. 4

S. Total horizontal displacement $= \frac{u_0^2 \sin 2\theta}{g} + \frac{u_0^2 \sin 2\theta}{\alpha^2 g} + \frac{u_0^2 \sin 2\theta}{\alpha^4 g} .....$

$= \frac{u_0^2 \sin 2\theta}{g}\left(1 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^4} + ...\infty\right)$

$= \frac{u_0^2 \sin 2\theta}{g}\left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}\right)$

$$\text{Total time} = \frac{2u_0 \sin\theta}{g} + \frac{2u_0 \sin\theta}{\alpha g} + \frac{2u_0 \sin\theta}{\alpha^2 g} .....$$

$$= \frac{2u_0 \sin\theta}{g}\left(1 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} + ...\right)$$

$$= \frac{2u_0 \sin\theta}{g}\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right)$$

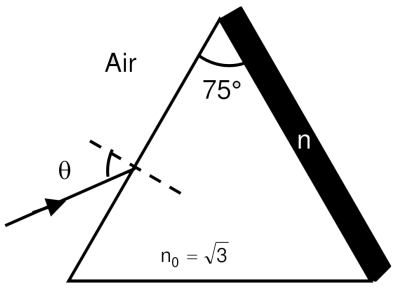
$$\therefore v_1 = u\cos\theta \ \& \ V_{avg} = \frac{\frac{u_0^2 \sin 2\theta}{g}\left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1}\right)}{\frac{2u_0 \sin\theta}{g}\left(\frac{\alpha}{\alpha - 1}\right)} = 0.8V_1$$

$$\Rightarrow \alpha = 4$$

5. A monochromatic light is incident from air on a refracting surface of a prism of angle 75° and refractive index $n_0 = \sqrt{3}$. The other refracting surface of the prism is coated by a thin film of material of refractive index n as shown in figure. The light suffers total internal reflection at the coated prism surface for an incidence angle of $\theta \le 60°$. The value of n^2 is _____.

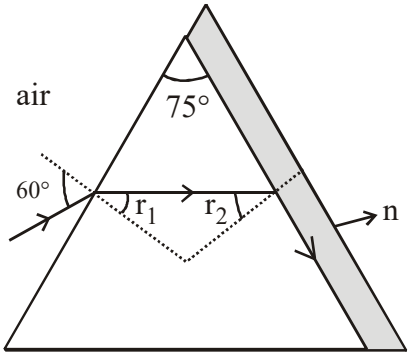
एक प्रिज्म जिसका प्रिज्म कोण 75° तथा अपवर्तनांक $n_0 = \sqrt{3}$ है के अपवर्ती पृष्ठ पर वायु से एकवर्णी (monochromatic) प्रकाश आपतित होता है। चित्रानुसार प्रिज्म का दूसरे अपवर्ती पृष्ठ पर किसी एक पदार्थ की कलई (coating) की गई है, जिसका अपवर्तनांक n है। आपतित कोण $\theta \le 60°$ के लिए प्रकाश की किरण का कलई किये गये पृष्ठ पर पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होता है। n^2 का मान _____ है।

Question ID : 337911173



Ans. 1.50

S.

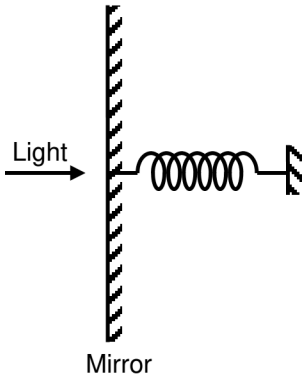


For ($\theta = 60°$) light emerges tangentially at interface of n_0 and n.
from snell's law
$\sin(60°) = n_0 \sin(r_1)$
$\Rightarrow r_1 = 30°$
$\therefore r_2 = 45°$
Again using snell's law
$n_0 \sin(r_2) = n \sin(90°)$
$\Rightarrow n = \sqrt{\frac{3}{2}}$

6. A perfectly reflecting mirror of mass M mounted on a spring constitues a spring-mass system of angular frequency Ω such that $\frac{4\pi M\Omega}{h} = 10^{24}$ m^{-2} with h as Plank's constant. N photons of wavelength $\lambda = 8\pi \times 10^{-6}$ m strike the mirror simultaneously at normal incidence such that the mirror gets displaced by 1 μm. If the valueof N is $x \times 10^{12}$, then the value of x is ..... [Consider the spring as massless]

एक M द्रव्यमान वाला पूर्ण परावर्तन दर्पण एक स्पिंग से जुड़ा हुआ है। इस स्प्रिंग द्रव्यमान निकाय की कोणीय आवृत्ति Ω इस प्रकार है कि $\frac{4\pi M\Omega}{h} = 10^{24}$ m^{-2} जहां h प्लांक नियतांक है। तरंगदैर्ध्य $\lambda = 8\pi \times 10^{-6}$ m के N फोटोन एक साथ दर्पण पर लम्बवत् आपतित होते है जिससे दर्पण 1 μm से विस्थापित होता है। यदि N का मान $x \times 10^{12}$ है तब x का मान ..... है।
[स्प्रिंग को द्रव्यमान रहित मानें]

Question ID : 337911174



Ans. 1.00

S. Angular frequency $\Omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$\Rightarrow K = M\Omega^2$ .....(1)

Impulse by photons (P) = $2N\frac{h}{\lambda}$ (mirror reflect light)

$\Rightarrow mv_{max} = \frac{2Nh}{\lambda}$

$$\Rightarrow m(\Omega A) = \frac{2Nh}{\lambda}\{\because V_{max} = \omega A\}$$

$$\Rightarrow \frac{A\lambda}{2}\left(\frac{m\Omega}{h}\right) = N$$

$$\Rightarrow N = \frac{10^{-6}\times 8\pi\times 10^{-6}}{2}\left(\frac{10^{24}}{4\pi}\right)$$

$$\Rightarrow N = 10^{-12}$$

SECTION -3 (Maximum marks : 12)

This section contains TWO (02) List-Match sets.

- Each List-Match set has TWO (02) Multiple Choice Questions.
- Each List-Match set has two lists : List-I and List-II.
- List-I has Four entries (I),(II), (III) and (IV) List-II has Six entries (P),(Q), (R), (S), (T) and (U).
- FOUR options are given in each Multiple Choice Question based on List-I and List-II and ONLY ONE of these four options satisfies the condition asked in the Multiple Choice Question.
- Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :

Full Marks : +3 If ONLY the option corresponding to the correct combination is chosen.

Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).

Negative Marks : –1 In all other cases.

Answer the following by appropriately matching the lists based on the information given in the paragraph.

A musical instrument is made using four different metal strings 1, 2, 3 and 4 with mass per unit length μ, 2μ, 3μ and 4μ respectively. The instrument is played by vibrating the strings by varying the free length in between the range L_0 and $2L_0$. It is found that in string-1(μ) at free length L_0 and tension T_0 the fundamental mode frequency is f_0.

List I	List II
(I) String-1 (μ)	(P) 1
(II) String-2 (2μ)	(Q) 1/2
(III) String-3 (3μ)	(R) $1/\sqrt{2}$
(IV) String-4 (4μ)	(S) $1/\sqrt{3}$
	(T) 3/16
	(U) 1/16

अनुच्छेद में दी गई जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें –

एक वाद्य यंत्र को चार भिन्न धातु की तारों 1, 2, 3 तथा 4 से बनाया गया है, जिनके एकांक लम्बाई के द्रव्यमान (mass per unit length) क्रमशः μ, 2μ, 3μ तथा 4μ है। इस यंत्र के तारों को मुक्त लंबाई L_0 से $2L_0$ के बीच परिवर्तित करते हुये कंपित करके बजाया जाता है। पाया जाता है कि तार-1(μ) की मुक्त लम्बाई L_0 पर तनाव T_0 के कारण मूल विधा की आवृत्ति f_0 है।

सूची I में ऊपर दी गयी चार तारें है। सूची II में किसी मात्रा का परिमाण है।

सूची I	**सूची II**
(I) तार-1 (μ)	(P) 1
(II) तार-2 (2μ)	(Q) 1/2
(III) तार-3 (3μ)	(R) $1/\sqrt{2}$
(IV) तार-4 (4μ)	(S) $1/\sqrt{3}$
	(T) 3/16
	(U) 1/16

1. If the tension in each string is T_0, the correct match for the highest fundamental frequency in f_0 units will be :

यदि प्रत्येक तार का तनाव T_0 है, तब उच्चतम मूल आवृत्ति का f_0 इकाई में सही मिलान होगा – Question ID : 337911177

Options

(1) I→P, II→Q, III→T, IV→S

(2) I→Q, II→S, III→R, IV→P

(3) I→Q, II→P, III→R, IV→T

(4) I→P, II→R, III→S, IV→Q

Ans. 4

S. $$f_0 = \frac{1}{2L_0}\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2L_0}\sqrt{\frac{T_0}{2\mu}} = \frac{f_0}{\sqrt{2}}$$

$$f_3 = \frac{1}{2L_0}\sqrt{\frac{T_0}{3\mu}} = \frac{f_0}{\sqrt{3}}$$

$$f_4 = \frac{1}{2L_0}\sqrt{\frac{T_0}{4\mu}} = \frac{f_0}{2}$$

2. The length of the strings 1,2,3 and 4 kept fixed at L_0, $\frac{3L_0}{2}$, $\frac{5L_0}{4}$ and $\frac{7L_0}{4}$ respectively.

Strings 1,2,3 and 4 are vibrated at their 1st, 3rd, 5th and 14th harmonics, respectively such that all the strings have same frequency. The correct match for the tension in the four strings in the units of T_0 will be :

तार 1,2,3 तथा 4 की लंबाईयों का मान क्रमशः L_0, $\frac{3L_0}{2}$, $\frac{5L_0}{4}$ तथा $\frac{7L_0}{4}$ है। तार 1,2,3 तथा 4 को क्रमशः उनकी प्रथम 1st,

तृतीय 3rd, पंचम 5th तथा चौदहवीं 14th गुणावृत्तियों पर इस तरह से कंपित करते है। कि सभी तारों की आवृत्तियां समान रहती हैं। चारों तारों के तनाव का T_0 इकाई में सही मिलान होगा –

Question ID : 337911178

Options :

(1) I→T, II→Q, III→R, IV→U

(2) I→P, II→Q, III→T, IV→U

(3) I→P, II→Q, III→R, IV→T

(4) I→P, II→R, III→T, IV→U

Ans. 2

S. $$\frac{1}{2L_0}\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}=\frac{3}{2\left(\frac{3L_0}{2}\right)}\sqrt{\frac{T_2}{2\mu}}=\frac{5}{2\left(\frac{5L_0}{4}\right)}\sqrt{\frac{T_0}{3\mu}}=\frac{14}{2\left(\frac{7L_0}{4}\right)}\sqrt{\frac{T_4}{4\mu}}$$

$$T_2=\frac{T_0}{2}$$

$$T_3=\frac{3}{16}T_0$$

$$T_4=\frac{T_0}{16}$$

Answer the following by appropriately matching the lists based on the information given in the paragraph.

In a thermodynamic process on an ideal monoatomic gas, the infinitesimal heat absorbed by the gas is given by $T\Delta X$, where T is temperature of the system and ΔX is the infinitesimal change in a thermodynamic quantity X of the system. For a mole of monatomic ideal gas $X=\frac{3}{2}R\ln\left(\frac{T}{T_A}\right)+R\ln\left(\frac{V}{V_A}\right)$. Here, R is gas constant, V is volume of gas, T_A and V_A are constants.

The List-I below gives some quantities involved in a process and List II gives some possible values of these quantities.

List I	List II
(I) Work done by the system in process 1→2→3	(P) $\frac{1}{3}RT_0\ln 2$
(II) Change in internal energy in process 1→2→3	(Q) $\frac{1}{3}RT_0$
(III) Heat absorbed by the system in process 1→2→3	(R) RT_0
(IV) Heat absorbed by the system in process 1→2	(S) $\frac{4}{3}RT_0$

(T) $\frac{1}{3}RT_0(3+\ln 2)$

(U) $\frac{5}{6}RT_0$

अनुच्छेद में दी गई जानकारी के आधार पर सूचियों का उचित मिलान करके प्रश्न का उत्तर दें

एक आदर्श एकपरमाणुक गैस के एक ऊष्मागतिकी प्रक्रम में गैस द्वारा अतिसूक्ष्म ऊष्मा का अवशोषण $T\Delta X$ से दिया गया है, जहां T निकाय का तापमान तथा ΔX निकाय की एक ऊष्मागतिकी मात्रा X में अतिसूक्ष्म परिवर्तन है। एक मोल एकपरमाणुक आदर्श गैस के लिए $X=\frac{3}{2}R\ln\left(\frac{T}{T_A}\right)+R\ln\left(\frac{V}{V_A}\right)$ है। यहां V गैस का आयतन, R गैस का नियतांक, T_A तथा V_A नियतांक है।

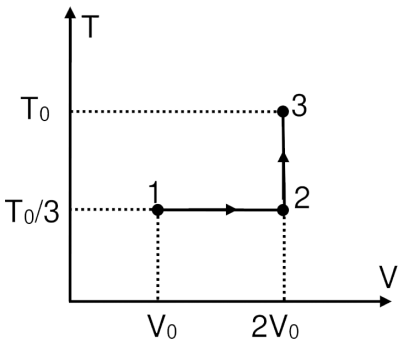
सूची-I एक प्रक्रिया में सम्मिलित कुछ मात्राओं को दर्शाती है। सूची II में इन्हीं मात्राओं का संभावित मान दिया गया है।

सूची I	**सूची II**
(I) निकाय के द्वारा प्रक्रम 1→2→3 में किया गया कार्य	(P) $\frac{1}{3}RT_0\ln 2$
(II) प्रक्रम 1→2→3 में आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन	(Q) $\frac{1}{3}RT_0$
(III) प्रक्रम 1→2→3 में निकाय द्वारा अवशोषित ऊष्मा	(R) RT_0
(IV) प्रक्रम 1→2 में निकाय द्वारा अवशोषित ऊष्मा	(S) $\frac{4}{3}RT_0$
	(T) $\frac{1}{3}RT_0(3+\ln 2)$
	(U) $\frac{5}{6}RT_0$

3. If the process on one mole of monatomic ideal gas is as shown in the TV-diagram with $P_0V_0=\frac{1}{3}RT_0$, The correct match is

यदि एक मोल एकपरमाणुक आदर्श गैस पर चित्र में दिखाये गये TV-ग्राफ चित्र के अनुसार, जहां $P_0V_0=\frac{1}{3}RT_0$ है, प्रक्रम किया जाता है तब सही मिलान है –

Question ID : 337911180



(1) I → P, II → T, III → Q, IV → T

(2) I → P, II → R, III → T, IV → P

(3) I → S, II → T, III → Q, IV → U (4) I → P, II → R, III → T, IV → S

Ans. 2

S. (I) $W_{1\to2\to3}=\frac{RT_0}{3}\ln\left(\frac{2V_0}{V_0}\right)+0=\frac{RT_0}{3}\ln 2$

(II) $\Delta U=\frac{3}{2}R\left[T_0-\frac{T_0}{3}\right]=RT_0$

(III) $Q_{1\to2\to3}=\Delta U+W=RT_0+\frac{RT_0}{3}ln\,2$

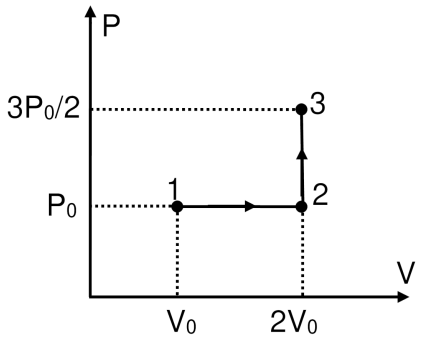
(IV) $Q_{1\to2}=W_{1\to2}+\Delta U=\frac{RT_0}{3}ln\,2$

Ans. I → P, II → R, III → T, IV → P

4. If the process carried out on one mole of monatomic ideal gas is as shown in figure in the PV-diagram with $P_0V_0=\frac{1}{3}RT_0$, the correct match is :

यदि एक मोल एकपरमाणुक आदर्श गैस पर चित्र में दिखाये गये PV-ग्राफ चित्र के अनुसार, जहां $P_0V_0=\frac{1}{3}RT_0$ है, प्रक्रम किया जाता है तब सही मिलान है

Question ID : 337911179



(1) I→Q, II→S, III→R, IV→U

(2) I→S, II→R, III→Q, IV→T

(3) I→Q, II→R, III→P, IV→U

(4) I→Q, II→R, III→S, IV→U

Ans. 4

S. (I) $W_{1\to2\to3}=W_{1\to2}+W_{2\to3}=P_0V_0+0=\frac{RT_0}{3}$

(II) $\Delta U_{1\to3} = \frac{3}{2}\left[P_f V_f - P_i V_i\right]$

$= \frac{3}{2}\left[\frac{3P_0}{2}\left(2V_0\right) - P_0 V_0\right] = 3P_0 V_0 = RT_0$

(III) $Q_{1\to2\to3} = W_{1\to2\to3} + \Delta U_{1\to3} = \frac{RT_0}{3} + RT_0 = \frac{4}{3}RT_0$

(IV) $Q_{1\to2} = W_{1\to2} + \Delta U_{1\to2} = \frac{RT_0}{3} + \frac{3}{2}\left[2P_0 V_0 - P_0 V_0\right]$

$= \frac{RT_0}{3} + \frac{3}{2}\left(\frac{RT_0}{3}\right) = \frac{5}{6}RT_0$

Ans. I$\to$Q, II$\to$R, III$\to$S, IV$\to$U