PHYSICS

12 APRIL 2019 [Phase : I]

JEE MAIN PAPER ONLINE

Geometrical Optics

1. The value of numerical aperature of the objective lens of a microscope is 1.25. If light of wavelength 5000 Å is used, the minimum separation between two points, to be seen as distinct, will be :

एक सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक लेन्स की संख्यात्मक द्वारक (numerical aperature) का मान 1.25 है। यदि 5000 Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश प्रयोग करें तो, दो बिन्दुओं को अलग–अलग देखने के लिये उनके बीच की न्यूनतम दूरी होगी :

(1) 0.24 μm (2) 0.38 μm (3) 0.48 μm (4) 0.12 μm

A. 1

sol. $\theta_{min} = \frac{1.22\lambda}{D}$

$\frac{D}{2f} = 1.25$

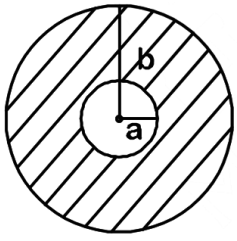
$d_{min} = \frac{1.22\lambda f}{D} = \frac{1.22 \times 5000 \times 10^{-10}}{2.50}$

$= 0.24\ \mu m$

Rotation

2. A circular disc of radius b has a hole of radius a at its centre (see figure). If the mass per unit area of the disc varies as $\left(\frac{\sigma_0}{r}\right)$, then the radius of gyration of the disc about its axis passing through the centre is :

किसी वृत्ताकार डिस्क की त्रिज्या b है। इसमें एक छिद्र इसके केन्द्र पर बना है, जिसकी त्रिज्या a है, चित्र देखिए। यदि डिस्क के प्रति–एकांक–क्षेत्रफल का द्रव्यमान, $\left(\frac{\sigma_0}{r}\right)$ के अनुसार परिवर्तित होता है तो, इसके केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के परित:, डिस्क की परिभ्रमण त्रिज्या होगी :



(1) $\frac{a+b}{2}$ (2) $\sqrt{\frac{a^2+b^2+ab}{2}}$ (3) $\frac{a+b}{3}$ (4) $\sqrt{\frac{a^2+b^2+ab}{3}}$

A. 4

sol. $\Rightarrow \quad \sigma = \frac{\sigma_0}{r} \qquad \therefore \quad \frac{\sigma_0}{r} 2\pi r dr = dm$

$\Rightarrow \quad m = \sigma_0 2\pi(b-a)$

$$I = \sigma_0 2\pi\int_a^b r^2 dr = \frac{2\pi\sigma_0}{3}(b^3-a^3)$$

$\therefore \quad mk^2 = I \Rightarrow \quad 2\pi\sigma_0 (b-a)k^2 = \frac{2\pi\sigma_0}{3}(b^3-a^3)$

$\Rightarrow \quad k^2 = \frac{1}{3}(b^2+ab+a^2)$

$\therefore \quad k = \sqrt{\frac{1}{3}\frac{(b^3-a^3)}{b-a}}$

Kinematics

3. A shell is fired from a fixed artillery gun with an initial speed u such that it hits the target on the ground at a distance R from it. If t_1 and t_2 are the values of the time taken by it to hit the target in two possible ways, the product t_1t_2 is :

किसी स्थिर तोप से एक गोला, प्रारंभिक चाल u से ऐसे कोण पर, दागा जाता है कि गोला भूतल पर अपने लक्ष्य पर लगता है। लक्ष्य की तोप से दूरी R है। यदि गोले द्वारा लक्ष्य पर लगने के दो संभव मार्ग हैं, और इनमें लगे समय क्रमशः t_1 तथा t_2 हैं तो, गुणनफल t_1t_2 होगा :

(1) $\frac{R}{2g}$ (2) $\frac{2R}{g}$ (3) $\frac{R}{g}$ (4) $\frac{R}{4g}$

A. 2

sol. For same horizontal range.

$$R = \frac{u^2\sin 2\theta}{g}$$

$\theta_1 = \theta$ & $\theta_2 = (90-\theta)$

so $t_1 = \frac{2u\sin\theta}{g}$ and $t_2 = \frac{2u\cos\theta}{g}$

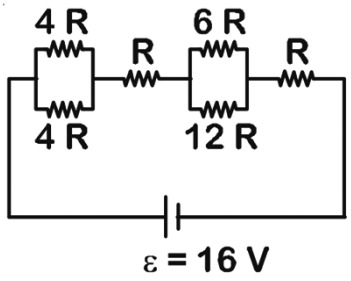
$\therefore \quad t_1t_2 = \frac{u^2 4\sin\theta\cos\theta}{g^2}$

$\Rightarrow \quad t_1t_2 = \frac{2u^2\sin 2\theta}{g^2} = \frac{2R}{g}$

Current Electricity

4. The resistive network shown below is connected to a D.C. source of 16 V. The power consumed by the network is 4 Watt. The value of R is :

दर्शाये गये प्रतिरोधकों के परिपथ को, 16 V के एक डी.सी. (D.C.) स्त्रोत से जोड़ा गया है। परिपथ द्वारा उपभुक्त शक्ति 4 वॉट है, तो R का मान होगा :



(1) 8 Ω (2) 1 Ω (3) 16 Ω (4) 6 Ω

A. 1

sol. $R_{eq} = 2R + R + 4R + R = 8R$

$$P = \frac{v^2}{R_{eq}} \Rightarrow \frac{16\times16}{8R} = 4 \text{ watt}$$

$$\frac{16\times16}{8R} = R \Rightarrow R = 8\Omega$$

Wave Optics

5. In a double slit experiment, when a thin film of thickness t having refractive index μ is introduced in front of one of the slits, the maximum at the centre of the fringe pattern shifts by one fringe width. The value of t is (λ is the wavelength of the light used) :

एक द्वि–झिरी प्रयोग में, किसी एक झिरी के सामने, t मोटाई तथा μ अपवर्तनांक की एक पतली फिल्म रख देने से, फ्रिंज पैटर्न के केन्द्रीय उच्चिष्ठ, एक फ्रिंज की चौड़ाई के बराबर विस्थापित हो जाता है, तो t का मान है : (λ प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है)

(1) $\frac{2\lambda}{(\mu-1)}$ (2) $\frac{\lambda}{2(\mu-1)}$ (3) $\frac{\lambda}{(2\mu-1)}$ (4) $\frac{\lambda}{(\mu-1)}$

A. 4

sol. $\mu t - t = \lambda$

$\Rightarrow$ $t(\mu - 1) = 1$

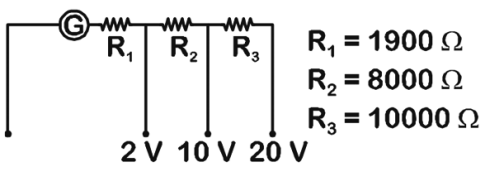
$\Rightarrow$ $t = \frac{1}{(\mu-1)}$

Current Electricity

6. A galvanometer of resistance 100 Ω has 50 divisions on its scale and has sensitivity of 20 μA/division. It is to be converted to a voltmeter with three ranges, of 0–2 V, 0–10 V and 0–20 V. The appropriate circuit to do so is :

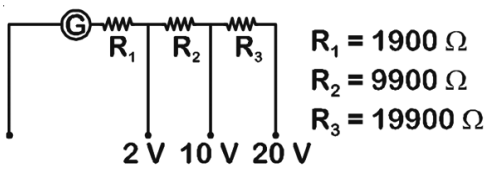
किसी गैल्वेनोमीटर का प्रतिरोध 100 Ω है। इसके स्केल पर 50 भाग है और इसकी सुग्राहिता 20 μA/भाग है। इसे एक ऐसे वोल्टमीटर में परिवर्तित करना है, जिसके तीन परास 0–2 V, 0–10 V तथा 0–20 V हैं। इसके लिए लगभग उपयुक्त परिपथ होगा:

(1)

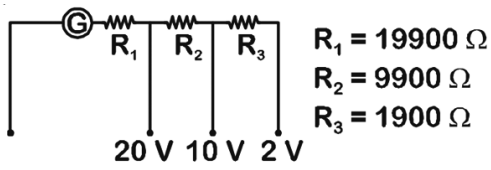


$R_1 = 1900\ \Omega$
$R_2 = 8000\ \Omega$
$R_3 = 10000\ \Omega$

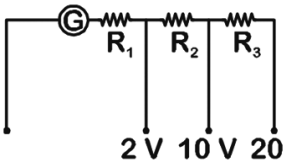
(2)



$R_1 = 1900\ \Omega$
$R_2 = 9900\ \Omega$
$R_3 = 19900\ \Omega$

(3) 

$R_1 = 19900\ \Omega$
$R_2 = 9900\ \Omega$
$R_3 = 1900\ \Omega$

(4) 

$R_1 = 2000\ \Omega$
$R_2 = 8000\ \Omega$
$R_3 = 10000\ \Omega$

A. 1

sol. For R_1

$\because \quad I_g = 10^{-3}$ A

$\therefore \quad 10^{-3}(R_1 + 100) = 2$ V $\Rightarrow \quad R_1 = 1900\ \Omega$

For R_2

$10^{-3}(R_1 + R_2 + 100) = 10$ V

$\Rightarrow \quad R_1 + R_2 + 100 = 10000$

$\Rightarrow \quad R_2 = 8000\ \Omega$

For R_3

$10^{-3}(R_1 + R_2 + R_3 + 100) = 20$ V

$\Rightarrow \quad R_1 + R_2 + R_3 + 100 = 20 \times 1000$

$\Rightarrow \quad R_3 = 10000\ \Omega$

Electrostatics

7. A point dipole $\vec{p} = -p_0\hat{x}$ is kept at the origin. The potential and electric field due to this dipole on the y-axis at a distance d are, respectively : (Take V = 0 at infinity)

एक बिन्दु द्वि–ध्रुव $\vec{p} = -p_0\hat{x}$, मूल बिन्दु पर स्थित है, तो इस द्विध्रुव के कारण, y–अक्ष पर d दूरी पर, विभव तथा विद्युत क्षेत्र होगें क्रमशः (मानो अनंत पर V = 0 है)

(1) $\frac{|\vec{p}|}{4\pi\varepsilon_0 d^2}, \frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 d^3}$ (2) $\frac{|\vec{p}|}{4\pi\varepsilon_0 d^2}, \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 d^3}$ (3) $0, \frac{-\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 d^3}$ (4) $0, \frac{\vec{p}}{4\pi\varepsilon_0 d^3}$

A. 3

sol. $\vec{E} = K\frac{\vec{p}}{r^3}\sqrt{3\cos^2\theta + 1}$

$\Rightarrow \quad \theta = \pi/2 \quad (0, d, 0)$

$\therefore \quad \vec{E} = \frac{-k\vec{p}}{d^3}$

Magnetism - JEE Main

8. A magnetic compass needle oscillates 30 times per minute at a place where the dip is 45°, and 40 times per minute where the dip is 30°. If B_1 and B_2 are respectively the total magnetic field due to the earth at the two places, then the ratio B_1/B_2 is best given by :

दो स्थानों पर नमन कोणों का मान क्रमशः 45° तथा 30° है। इन स्थानों पर एक चुम्बकीय सुई एक मिनट में क्रमशः 30 तथा 40 दोलन करती है। यदि, इन दो स्थानों पर पृथ्वी के कुल चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता क्रमशः B_1 तथा B_2 है तो अनुपात B_1/B_2 का

निकटतम मान होगा :

(1) 2.2 (2) 0.7 (3) 3.6 (4) 1.8

A. 2

sol. $T_1 = 2$ sec., $T_2 = 3/2$

For place (1), $B_{H_1} = B_1\cos45^o - \frac{B_1}{\sqrt{2}}$

For place (2), $B_{H_2} = B_2\cos30^o = \frac{B_2\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MB_H}} \quad \therefore \quad \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{B_{H_2}}{B_{H_1}}}$

$\frac{4\times4}{9} = \frac{B_2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{2B_1} \Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{\sqrt{6}\times9}{2\times16}$

$\Rightarrow \quad \frac{B_1}{B_2} = 0.68 \approx 0.7$

Electromagnetic Waves

9. An electromagnetic wave is represented by the electric field

$\vec{E} = E_0\hat{n}\sin[\omega t + (6y - 8z)]$. Taking unit vectrors in x, y and z directions to be $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, the direction of propogation $\hat{s}$, is :

एक विद्युत चुम्बकीय तरंग को, विद्युत क्षेत्र, $\vec{E} = E_0\hat{n}\sin[\omega t + (6y - 8z)]$, से निरूपित किया जाता है। यदि x, y तथा z दिशा में इकाई सदिश क्रमशः $\hat{i}, \hat{j}$ तथा $\hat{k}$ हैं, संचरण की दिशा $\hat{s}$ के लिये, सही विकल्प है :

(1) $\hat{s} = \left(\frac{-3\hat{j} + 4\hat{k}}{5}\right)$ (2) $\hat{s} = \left(\frac{3\hat{i} - 4\hat{j}}{5}\right)$ (3) $\hat{s} = \left(\frac{-4\hat{k} + 3\hat{j}}{5}\right)$ (4) $\hat{s} = \left(\frac{4\hat{j} - 3\hat{k}}{5}\right)$

A. 1

sol. $E = E_0\sin(\omega t + 6y - 8z)$

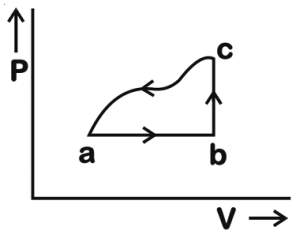
$\hat{s} = \frac{8\hat{k} - 6\hat{j}}{10} = \left(\frac{4\hat{k} - 3\hat{j}}{5}\right)$

KTG & Thermodynamics

10. A sample of an ideal gas is taken through the cyclic process abca as shown in the figure. The change in the internal energy of the gas along the path ca is –180 J. The gas absorbs 250 J of heat along the path ab and 60 J along the path bc. The work done by the gas along the path abc is :

एक आदर्श गैस को, चित्र में दर्शाये गये अनुसार चक्रीय प्रक्रम abca से गुजारा जाता है। ca पथ के अनुदिश गैस की आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन –180 J है। ab के पथ के अनुदिश, गैस 250 J ऊष्मा अवशोषित करती है तथा bc पथ के अनुदिश, गैस 60 J ऊष्मा

अवशोषित करती है तो पथ abc के अनुदिश, गैस द्वारा किया गया कार्य है :



(1) 130 J (2) 100 J (3) 140 J (4) 120 J

A. 1

sol. For the process (c – a), $\Delta U_{ca} = -180$ J

For process (b – c) $\rightarrow$ Isochoric ($W_{bc} = 0$)

$\therefore \quad \Delta U = 60$ J

Heat absorbs along (a – b), $Q_{ab} = 250$ J

Also $\therefore \Delta U_{cycle} = 0$

$\therefore \quad \Delta U_{ab} = 120$ J

So $W_{a \rightarrow b} = 130$ J

Total work done from ($a \rightarrow b \rightarrow c$)

$= W_{ab} + W_{bc} = 130$ J

Thermal Expansion

11. At 40°C, a brass wire of 1 mm radius is hung from the ceiling. A small mass, M is hung from the free end of the wire. When the wire is cooled down from 40°C to 20°C it regains its original length of 0.2 m. The value of M is close to :

(Coefficient of linear expansion and Young's modulus of brass are 10^{-5}/°C and 10^{11} N/m², respectively ; $g = 10\ ms^{-2}$)

40°C पर पीतल का एक तार जिसकी त्रिज्या 1 mm है छत से लटका हुआ है। एक छोटा द्रव्यमान M तार के मुक्त सिरे से बना हुआ है। जब तार को 40°C से 20°C तक ठण्डा किया जाता है, तो यह अपनी वास्तविक लम्बाई 0.2 m में आ जाता है, तो M का लगभग मान हेागा –

(पीतल के रैखीय प्रसार गुणांक तथा यंग मोडुलस क्रमशः 10^{-5}/°C तथा 10^{11} N/m² है, $g = 10\ ms^{-2}$)

(1) 0.5 kg (2) 0.9 kg (3) 1.5 kg (4) 9 kg

A. Bonus

sol. $\frac{Mgl}{A\Delta l} = Y$

$\therefore \quad \Delta l_{Mechanical} = \frac{Mgl}{AY}$

$\Delta l_{Thermal} = l\alpha\Delta T = l\alpha \times 20$

$$\frac{Mgl}{AY} = 20\alpha l$$

$$M = \frac{20\times10^{-5}\times\pi\times1\times10^{-6}\times10^{11}}{10} = 6.28kg$$

Magnetic Field & Force

12. A thin ring of 10 cm radius carries a uniformly distributed charge. The ring rotates at a constant angular speed of 40 π rad s^{-1} about its axis, perpendicular to its plane. If the magnetic field at its centre is 3.8×10^{-9} T, then the charge carried by the ring is close to ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2).

10 cm त्रिज्या की एक रिंग पर आवेश एकसमान रूप से वितरित है। यह रिंग, 40 π rad s^{-1} की एकसमान दर से अपने अक्ष के परितः घूर्णन कर रही है। जो रिंग के समतल के लम्बवत् है। यदि इसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र 3.8×10^{-9} T है, तो रिंग पर आवेश लगभग होगा : ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2).

(1) 4×10^{-5} C (2) 3×10^{-5} C (3) 7×10^{-6} C (4) 2×10^{-6} C

A. 2

sol. $B = \frac{\mu_0 i}{2a}$ and $\frac{\omega q}{2\pi} = i$

$\therefore \quad B = \frac{\mu_0}{2a}.\frac{\omega q}{2\pi}$

$B = \frac{10^{-7}\times40}{0.1}\times q\times\pi \quad \Rightarrow \quad q = 3 \times 10^{-5}$ C

Atomic Structure

13. An excited He^+ ion emits two photons in succession, with wavelengths 108.5 nm and 30.4 nm, in making a transition to ground state. The quantum number n, corresponding to its initial excited state is (for photon of wavelength λ, energy $E = \frac{1240\,eV}{\lambda(in\ nm)}$)

एक उत्तेजित He^+ आयन, अपनी न्यूनतम ऊर्जा अवस्था में संक्रमण होने तक दो क्रमागत फोटॉन, जिनके तरंगदैर्ध्य 108.5 nm तथा 30.4 nm हैं, उत्सर्जित करता है। प्रारम्भिक उत्तेजित अवस्था के संगत क्वॉन्टम संख्या n है :

(λ तरंगदैर्ध्य के लिये फोटॉन की ऊर्जा $= \frac{1240\,eV}{\lambda(in\ nm)}$) :

(1) n = 5 (2) n = 7 (3) n = 4 (4) n = 6

A. 1

sol. $\Delta E_n = -\frac{E_0 Z^2}{n^2}$

Let is start from n to m and from m to ground.

Then $13.6\times4\left|1-\frac{1}{m^2}\right| = \frac{hc}{30.4nm}$

$\Rightarrow \quad 1-\frac{1}{m^2}=0.7498 \quad \Rightarrow \quad 0.25=\frac{1}{m^2}$

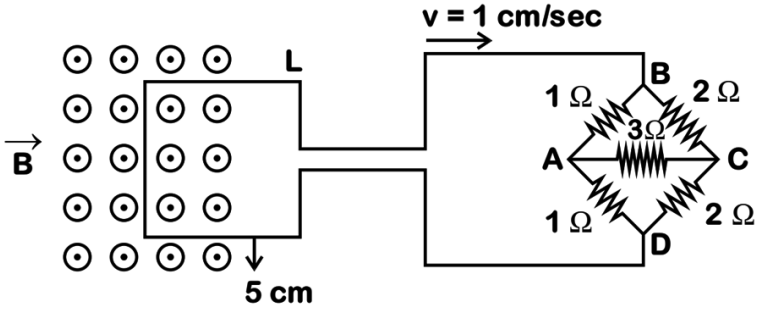
$\therefore \quad m=2$ and now $13.6\times 4\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{hc}{108.5\times 10^{-9}}$

$n\approx 5$

EMI

14. The figure shows a square loop L of side 5 cm which is connected to a network of resistances. The whole setup is moving towards right with a constant speed of 1 cm s^{-1}. At some instant, a part of L is in a uniform magnetic field of 1 T, perpendicular to the plane of the loop. If the resistance of L is 1.7 Ω, the current in the loop at that instant will be close to:

यहाँ आरेख में 5 cm भुजा का एक वर्गाकार पाश L दर्शाया गया है, जो प्रतिरोधों के एक परिपथ से जुड़ा है। यह संयोजन 1 cm s^{-1} की एक समान चाल से, दायीं ओर गति कर रहा है। किसी क्षण L का एक भाग 1 T तीव्रता के एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र में है। यह क्षेत्र पाश L के समतल के लम्बवत् है। यदि, इस पाश का प्रतिरोध 1.7 Ω है, तो इस क्षण इसमें धारा का निकट मान होगा :



(1) 170 μA (2) 60 μA (3) 150 μA (4) 115 μA

A. 1

sol. $VBL=iR_{eq}$

$\because \quad R_{eq}=\frac{4}{3}\Omega+1.7=3\Omega$

$i=\frac{(BLV)}{R_{eq}}=\frac{(1)(5\times 10^{-2})\times 10^{-2}}{3}$

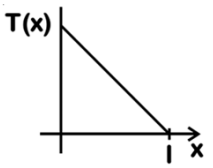
$=\frac{5}{3}\times 10^{-4}A\simeq 1.7\times 10^{-4}A$

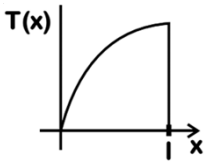
$=170\,\mu A$

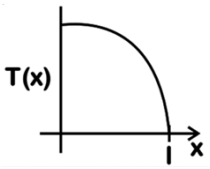
Rotation

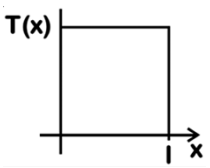
15. A uniform rod of length *l* is being rotated in a horizontal plane with a constant angular speed about an axis passing through one of its ends. If the tension generated in the rod due to rotation is T(x) at a distance x from the axis, then which of the following graphs depicts it most closely?

l लम्बाई की, किसी एकसमान छड़ को, क्षैतिज समतल में, एक स्थिर कोणीय चाल से घुमाया जा रहा है। घूर्णन–अक्ष छड़ के एक सिरे से गुजरती है। यदि, इस घूर्णन के कारण, छड़ में उत्पन्न तनाव, अक्ष से x दूरी पर T(x) है तो निम्नांकित में से कौनसा ग्राफ इसे सर्वाधिक निकट रूप से दर्शाता है?

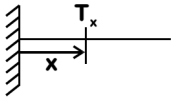
(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

A. 3

sol. 

$$T_x = \frac{M}{L}(L-x)\left\{x+\frac{L-x}{2}\right\}\omega^2 = \frac{M\omega^2}{2L}(L^2-x^2)$$

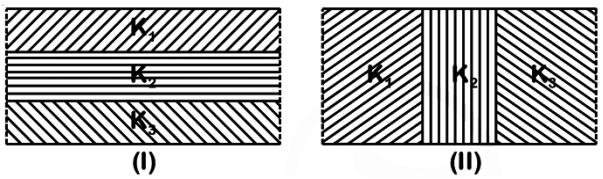
Capacitance

16. Two identical parallel plate capacitors, of capacitance C each, have plates of area A, separated by a distance d. The space between the plates of the two capacitors, is filled with three dielectrics, of equal thickness and dielectric constants K_1, K_2 and K_3. The first capacitor is filled as shown in fig. I, and the second one is filled as shown in fig II. If these two modified capacitors are charged by the same potential V, the ratio of the energy stored in the two, would be (E_1 refers to capacitor (I) and E_2 to capacitor (II)):

दो सर्वसम समान्तर पट्टिका संधारित्रों में, प्रत्येक की, धारिता C है, उनकी प्लेटों (पट्टिकाओं) का क्षेत्रफल A है और पट्टिकाओं के बीच की दूरी d है। दोनों प्लेटों के बीच के स्थान को K_1, K_2 तथा K_3 परावैद्युतांक के तीन परावैद्युत स्लैब से भर दिया है। सभी स्लैबों की मोटाई समान है। किन्तु, पहले संधारित्र में उन्हें, आरेख I के अनुसार तथा दूसरे में आरेख II के अनुसार रखा गया है।

(E_1 तथा E_2 क्रमशः प्रथम तथा द्वितीय संधारित्र से सम्बन्धित है।)

यदि इन नये संधारित्रों में प्रत्येक को समान विभव V से आवेशित किया जाये तो, उनमें संचित ऊर्जाओं का अनुपात होगा :



(1) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{(K_1+K_2+K_3)(K_2K_3+K_3K_1+K_1K_2)}{K_1K_2K_3}$ (2) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{(K_1+K_2+K_3)(K_2K_3+K_3K_1+K_1K_2)}{9K_1K_2K_3}$

(3) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{9K_1K_2K_3}{(K_1+K_2+K_3)(K_2K_3+K_3K_1+K_1K_2)}$ (4) $\frac{E_1}{E_2} = \frac{K_1K_2K_3}{(K_1+K_2+K_3)(K_2K_3+K_3K_1+K_1K_2)}$

A. 3

sol. $$\frac{1}{C_1} = \frac{d}{3A\varepsilon_0}\left(\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2}+\frac{1}{K_3}\right)$$

$$C_1 = \frac{3A\varepsilon_0(K_1K_2K_3)}{d(K_1K_2+K_2K_3+K_3K_1)}$$

$$C_2 = \frac{A\varepsilon_0}{3d}(K_1+K_2+K_3)$$

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{C_1}{C_2}=\frac{3K_1K_2K_3}{(K_1K_2+K_2K_3+K_3K_1)}\times\frac{3}{(K_1+K_2+K_3)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{E_1}{E_2}=\frac{9K_1K_2K_3}{(K_1+K_2+K_3)(K_1K_2+K_2K_3+K_3K_1)}$$

Dual Nature of Radiation & Matter

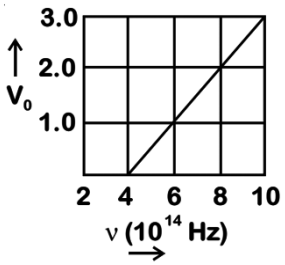
17. The stopping potential V_0 (in volt) as a function of frequency (v) for a sodium emitter, is shown in the figure. The work function of sodium, from the data plotted in the figure, will be:

(Given: Planck's constant)

(h) = 6.63×10^{-34} Js, electron charge e = 1.6×10^{-19} C)

यहाँ आरेख में, एक सोडियम–उत्सर्जक के लिये, आवृत्ति (v) के फलन के रूप में, निरोधी विभव V_0 (वोल्ट में) के परिवर्तन को दर्शाया गया है। इस ग्राफ से सोडियम का कार्य–फलन प्राप्त होगा :

(दिया है : प्लाँक स्थिरांक (h) = 6.63×10^{-34} Js, इलेक्ट्रॉन आवेश e = 1.6×10^{-19} C)



(1) 1.95 eV (2) 2.12 eV (3) 1.82 eV (4) 1.66 eV

A. 4

sol. $\phi=\frac{hc}{\lambda}=hv$

$\therefore \quad \phi = h \times 4 \times 10^{14}$ Hz = 1.654 eV

$\Rightarrow \quad \phi \approx 1.66$ eV

Kinematics

18. The trajectory of a projectile near the surface of the earth is given as $y = 2x - 9x^2$. If it were launched at an angle θ_0 with speed v_0 then (g = 10 ms^{-2}):

किसी प्रक्षेप्य के प्रक्षेप–पथ को, भू पृष्ठ पर $y = 2x - 9x^2$, से निरूपित किया जाता है। यदि, इसे v_0 चाल द्वारा θ_0 कोण पर प्रमोचित किया गया होता तो (g = 10 ms^{-2}) :

(1) $\theta_0=\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ and $v_0=\frac{5}{3}ms^{-1}$ (2) $\theta_0=\cos^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ and $v_0=\frac{3}{5}ms^{-1}$

(3) $\theta_0=\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ and $v_0=\frac{5}{3}ms^{-1}$ (4) $\theta_0=\sin^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ and $v_0=\frac{3}{5}ms^{-1}$

A. 3

sol. $y = 2x - 9x^2$

Comparing it with equation of trajectory

$$y = x\tan\theta - \frac{gx^2}{24^2\cos^2\theta}$$

$\therefore \quad \tan\theta = 2$

And $\quad 9 = \frac{10\times 5}{2v_0^2}$

$\Rightarrow \quad v_0 = \frac{5}{3}m/s$

Sound Waves

19. A submarine (A) travelling at 18 km/hr is being chased along the line of its velocity by another submarine (B) travelling at 27 km/hr. B sends a sonar signal of 500 Hz to detect A and receives a reflected sound of frequency v. The value of v is close to : (Speed of sound in water = 1500 ms^{-1})

18 km/hr की चाल से गतिशील एक पनडुब्बी (A) का पीछा, उसकी गति के अनुदिश 27 km/hr की चाल से गतिशील दूसरी पनडुब्बी (B), करती है। A को खोजने के लिए, B 500 Hz का एक ध्वनि सिग्नल भेजती है, तो आवृत्ति v की परावर्तित ध्वनि प्राप्त होती है। v का मान होगा, लगभग (पानी में ध्वनि की चाल = 1500 ms^{-1})

(1) 499 Hz (2) 504 Hz (3) 507 Hz (4) 502 Hz

A. 4

sol. f_1 (frequency received by A)

$$= v_0\left[\frac{1500-5}{1500-7.5}\right]$$

f_2 [frequency received by B]

$$= v_0 \times \frac{1495}{1492.5}\times\frac{1507.5}{1505}$$

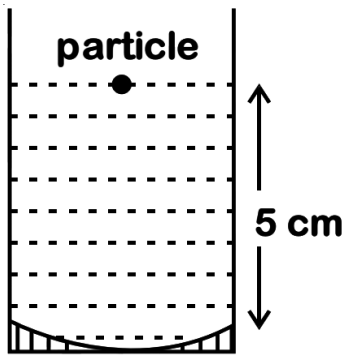
= 502 Hz.

Geometrical Optics

20. A concave mirror has radius of curvature of 40 cm. It is at the bottom of a glass that has water filled up to 5 cm (see figure). If a small particle is floating on the surface of water, its image as seen, from directly above the glass, is at a distance d from the surface of water. The value of d is close to :

(Refractive index of water = 1.33)

40 cm वक्रता त्रिज्या का एक अवतल दर्पण, आरेख (चित्र) में दर्शाये गये अनुसार, एक गिलास की तली में रखा है। गिलास में 5 cm ऊँचाई तक जल भरा है। एक छोटा सा कण जल की सतह पर तैर रहा है। गिलास के ठीक ऊपर से देखने पर, इसका प्रतिबिम्ब जल की सतह से d दूरी पर है, तो d का निकट मान होगा : (पानी का अपवर्तनांक = 1.33)



(1) 11.7 cm (2) 6.7 cm (3) 13.4 cm (4) 8.8 cm

A. 4

sol. $\frac{1}{V}-\frac{1}{5}=\frac{-1}{20}$

$\frac{1}{V}=\frac{-1}{20}+\frac{1}{5}$

$\frac{1}{V}=\frac{3}{20}$

$d=\left(\frac{20}{3}+5\right)\times\frac{3}{4}$

$=\frac{35}{4}$

d = 8.8 cm

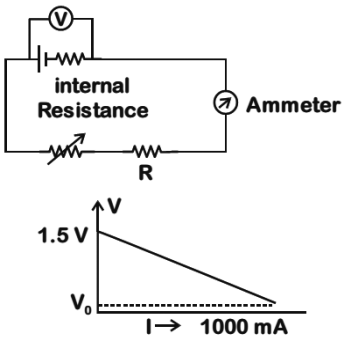
Current Electricity

21. To verify Ohm's law, a student connects the voltmeter across the battery as, shown in the figure. The measured voltage is plotted as a function of the current, and the following graph is obtained :

If V_0 is almost zero, identify the correct statement :

ओम के नियम का सत्यापन करने के लिये, एक छात्रा वोल्टमीटर को एक बैटरी के सिरों के बीच जोड़ती है, और परिपथ में वोल्टता (V) तथा विद्युत धारा (I) के विभिन्न मान प्राप्त कर, निम्नांकित ग्राफ बनाती है।

यदि V_0 का मान लगभग शून्य है, तो सही कथन का चयन कीजिए :



(1) The emf of the battery is 1.5 V and its internal resistance is 1.5 Ω

(2) The emf of the battery is 1.5 V and the value of R is 1.5 Ω

(3) The value of the resitance R is 1.5 Ω

(4) The potential difference across the battery is 1.5 V when it sends a current of 1000 mA

(1) बैटरी का emf = 1.5 V और इसका आन्तरिक प्रतिरोध = 1.5 Ω है।

(2) बैटरी का emf 1.5 V तथा R का मान 1.5 Ω है।

(3) दिये गये प्रतिरोधक R का प्रतिरोध 1.5 Ω है।

(4) बैटरी के सिरों के बीच विभवान्तर = 1.5 V, जब यह 1000 mA धारा प्रवाहित करती है।

A. 1

sol. $V = \frac{ER}{R+r}$

for $R = \infty$, $V = E = 1.5$ V

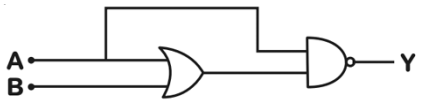
for $R = 0$, $I = E/r = 1$

$r = 1.5\ \Omega$

Semiconductors

22. The truth table for the circuit given in the fig. is:

दिये गये परिपथ के लिये सत्यमान सारणी है :



(1)
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

(2)
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

(3)
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(4)
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

A. 4

sol. $\Rightarrow \quad y = \overline{A.(A+B)} = \bar{A}(\overline{A+B})$

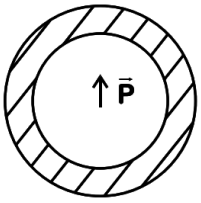
$\Rightarrow \quad y = \bar{A} + \bar{A}.\bar{B} = \bar{A}(1+\bar{B})$

$\Rightarrow \quad y = \bar{A}$

Electrostatics

23. Shown in the figure is a shell made of a conductor. It has inner radius a and outer radius b, and carries charge Q. At its centre is a dipole $\vec{P}$ as shown. In this case:

यहाँ आरेख में एक चालक–कोश (शेल) को दर्शाया गया है। इसकी आन्तरिक व बाह्य त्रिज्यायें क्रमशः a तथा b हैं। इस कोश पर Q आवेश है। इसके केन्द्र पर एक द्विध्रुव $\vec{P}$ है (आरेख देखिये)। इस स्थिति में :



(1) Surface charge density on the outer surface depends on $|\vec{P}|$

(2) Surface charge density on the inner surface is uniform and equal to $\frac{(Q/2)}{4\pi a^2}$

(3) Electric field outside the shell is the same as that of point charge at the centre of the shell

(4) Surface charge density on the inner surface of the shell is zero everywhere

(1) इसके बाह्य पृष्ठ पर पृष्ठ–आवेश घनत्व $|\vec{P}|$ पर निर्भर होगा।

(2) इसके आन्तरिक पृष्ठ पर पृष्ठ–आवेश घनत्व, एकसमान तथा $\frac{(Q/2)}{4\pi a^2}$ के बराबर है।

(3) कोश के बाहर विद्युत क्षेत्र का मान वही होगा, जो, इसके केन्द्र पर स्थित किसी बिन्दु आवेश के कारण होता है।

(4) कोश के आंतरिक पृष्ठ पर पृष्ठ–आवेश–घनत्व शून्य होगा।

A. 3

sol. Since dipole is having zero net charge. So inside surface shall have non-zero non-uniform charge distribution. And net field outside the region would be same as that would have been for point charge at surface.

Units & Dimensions

24. Which of the following combinations has the dimension of electrical resistance (ε_0 is the permittivity of vacuum and μ_0 is the permeability of vacuum)?

निम्नांकित में से किस संयोजन की विमा वही है, जो विद्युत प्रतिरोध की है (यहाँ ε_0 निर्वात की विद्युतशीलता (परावैद्युतांक) तथा μ_0 निर्वात की चुम्बकशीलता है)?

(1) $\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$ (2) $\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}$ (3) $\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ (4) $\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}$

A. 3

sol. As we know $t = RC$

$$t = \frac{L}{R}$$

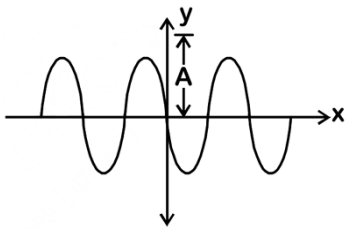
$$R^2 \frac{C}{L} = 1$$

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

Waves on a String

25. A progressive wave travelling along the positive x-direction is represented by $y(x,t) = A\sin(kx-\omega t+\phi)$. Its snapshot at $t = 0$ is given in the figure.

धनात्मक x–दिशा में गमन करती हुई किसी प्रगामी तरंग को, $y(x,t) = A\sin(kx-\omega t+\phi)$, से निरूपित किया जाता है। $t = 0$ पर खींचा गया आशु चित्र निम्न से दिया जाता है :



For this wave, the phase ϕ is :

इस तरंग के लिए, कला ϕ का मान होगा :

(1) π (2) $-\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) 0

A. 1

sol. $y = A\sin(\omega t - kx + \phi)$

At $t = 0$ and $x = 0$ particle is at mean position and will proceed in positive y-direction

COM, Momentum & Collision

26. A man (mass = 50 kg) and his son (mass = 20 kg) are standing on a frictionless surface facing each other. The man pushes his son so that he starts moving at a speed of 0.70 ms^{-1} with respect to the man. The speed of the man with respect to the surface is :

एक व्यक्ति (द्रव्यमान = 50 kg) तथा उसका बेटा (द्रव्यमान = 20 kg), किसी घर्षणरहित पृष्ठ पर, एक दूसरे के सामने खड़े हैं। वह व्यक्ति अपने बेटे को धकेलता है। जिससे, वह उस व्यक्ति के सापेक्ष 0.70 ms^{-1} की चाल से गति करने लगता है, तो उस व्यक्ति की पृष्ठ के सापेक्ष चाल होगी :

(1) 0.20 ms^{-1} (2) 0.14 ms^{-1} (3) 0.47 ms^{-1} (4) 0.28 ms^{-1}

A. 1

sol. From momentum conservation

$50\ V_1 = 20\ V_2$

$V_1 + V_2 = 0.70$

$V_1 = 0.20$

Calorimetry

27. When M_1 gram of ice at –10°C (specific heat = 0.5 cal $g^{-1}°C^{-1}$) is added to M_2 gram of water at 50°C, finally no ice is left and the water is at 0°C. The value of latent heat of ice, in cal g^{-1} is :

–10°C तापमान के M_1 ग्राम बर्फ (विशिष्ट ऊष्मा = 0.5 cal $g^{-1}°C^{-1}$) को, 50°C तापमान के M_2 ग्राम जल में डालने पर, पूरी बर्फ

पिघल जाती है और जल का तापमान 0°C हो जाता है, तो बर्फ की गुप्त ऊष्मा का मान cal g^{-1} में है :

(1) $\frac{50M_2}{M_1}-5$ (2) $\frac{5M_1}{M_2}-50$ (3) $\frac{50M_2}{M_1}$ (4) $\frac{5M_2}{M_1}-5$

A. 1

sol. $M_1 \times 5 + M_1L = M_2\, 50$

$$L = \frac{50M_2}{M_1} - 5$$

KTG & Thermodynamics

28. Two moles of helium gas is mixed with three moles of hydrogen molecules (taken to be rigid). What is the molar specific heat of mixture at constant volume? (R = 8.3 J/mol K)

हीलियम गैस के दो मोल को, हाइड्रोजन के तीन मोल अणुओं (जो कि दृढ़ माने गये हैं) के साथ मिलाया जाता है। स्थिर आयतन पर इस मिश्रण की मोलर विशिष्ट ऊष्मा क्या होगी ? (R = 8.3 J/mol K)

(1) 19.7 J/mol K (2) 21.6 J/mol K (3) 15.7 J/mol K (4) 17.4 J/mol K

A. 4

sol. $5C_V = 2\times\frac{3R}{2} + 3\times\frac{5R}{2}$

$$C_V = \frac{21R}{10}$$

Simple Harmonic Motion

29. A person of mass M is, sitting on a swing of length L and swinging with an angular amplitude θ_0. If the person stands up when the swing passes through its lowest point, the work done by him, assuming that his centre of mass moves by a distance l ($l << L$), is close to :

एक व्यक्ति (द्रव्यमान = M), L लम्बाई के एक झूले पर झूल रहा है। झूले का कोणीय आयाम θ_0 है। झूले के अपने निम्नतम बिन्दु से गुजरते समय, वह व्यक्ति झूले पर खड़ा हो जाता है। यदि खड़े होने से उस व्यक्ति का द्रव्यमान केन्द्र l ($l << L$) दूरी से विस्थापित हो जाता है, तो व्यक्ति द्वारा किया गया कार्य होगा :

(1) Mgl (2) $Mgl\left(1+\theta_0^2\right)$ (3) $Mgl\left(1+\frac{\theta_0^2}{2}\right)$ (4) $Mgl\left(1-\theta_0^2\right)$

A. 2

sol. $W_{man} = Mg_{eff}\, l$

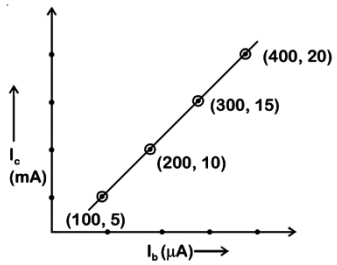
$g_{eff} = g(1+\theta_0^2)$

$W_{man} = Mgl(1+\theta_0^2)$

Semiconductors

30. The transfer characteristic curve of a transistor, having input and output resistance 100Ω and 100 kΩ respectively, is shown in the figure. The Voltage and Power gain, are respectively :

किसी ट्रांजिस्टर के, निवेश तथा निर्गम प्रतिरोध क्रमशः 100Ω तथा 100 kΩ हैं। इसके लिये अंतरण अभिलक्षण वक्र यहाँ दर्शाया गया है, तो वोल्टता तथा शक्ति लब्धि हैं क्रमश :



(1) $5 \times 10^4, 2.5 \times 10^6$ (2) $2.5 \times 10^4, 2.5 \times 10^6$

(3) $5 \times 10^4, 5 \times 10^6$ (4) $5 \times 10^4, 5 \times 10^5$

A. 1

sol. $\beta = \frac{I_c}{I_b}$

$= \frac{5\times10^{-3}}{100\times10^{-6}}$

$= 50$

$\text{Voltage gain} = \beta\frac{R_o}{R_i} = 5\times10^4$

$\text{Power gain} = \beta\,(\text{voltage gain})$

$= 250 \times 10^4 = 2.5 \times 10^6$