PHYSICS

10 APRIL 2019 [Phase : I]

JEE MAIN PAPER ONLINE

Rotation

1. Two coaxial discs, having moments of inertia I_1 and $\frac{I_1}{2}$, are rotating with respective angular velocities ω_1 and $\frac{\omega_1}{2}$ about their common axis. They are brought in contact with each other and there after they rotate with a common angular velocity. If E_f and E_i are the final and initial total energies, then $(E_f - E_i)$ is :

जड़त्व आघूर्ण I_1 तथा $\frac{I_1}{2}$ की दो समअक्षीय डिस्क कोणीय वेग ω_1 तथा $\frac{\omega_1}{2}$, क्रमशः, से अपनी उभयनिष्ठ अक्ष के परितः घूम रही हैं। जब दोनों डिस्क को सटा दिया जाता है तो वे बराबर कोणीय वेग से घूमते हैं। यदि E_f तथा E_i अंतिम एवं प्रारम्भिक कुल ऊर्जाएँ हों तो $(E_f - E_i)$ का मान होगा :

(1) $-\frac{I_1\omega_1^2}{12}$ (2) $\frac{3}{8}I_1\omega_1^2$ (3) $\frac{I_1\omega_1^2}{6}$ (4) $-\frac{I_1\omega_1^2}{24}$

A. 4

sol. By applying conservation of angular momentum

$(I_1 + I_2)\,\omega_{common} = I_1\omega_1 + I_2\omega_2$

$$\omega_{common} = \frac{I_1\omega_1 + \frac{I_1\omega_1}{4}}{I_1 + \frac{I_1}{2}} = \left(\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}\right)\omega_1$$

$$\omega_c = \frac{5\omega_1}{6}$$

$$\therefore \text{ Loss in KE} = \left(\frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2}I_2\omega_2^2\right) - \frac{1}{2}(1_1 + 1_2)\,\omega_c^2$$

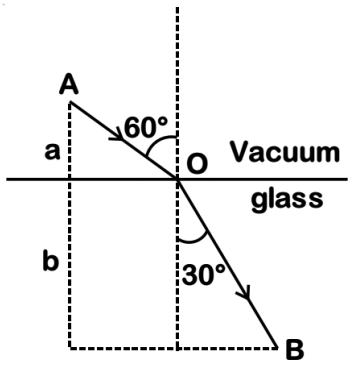
$$\therefore \Delta KE = -\frac{I_1\omega_1^2}{24}$$

GEOMETRICAL OPTICS

2. A ray of light AO in vacuum is incident on a glass slab at angle 60° and refracted at angle 30° along OB as shown in the figure. The optical path length of light ray from A to B is :

एक प्रकाश की किरण AO निर्वात से काँच में 60° के कोण पर आपतित है तथा इसका अपवर्तन 30° के कोण पर OB के समदिश

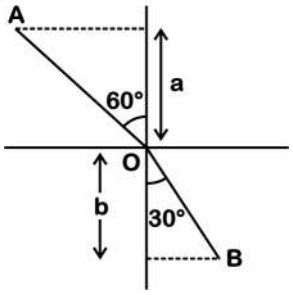
चित्रानुसार होता है। इस किरण की A से B तक प्रकाशिक पथ लम्बाई (optical path length) होगी :



(1) $\frac{2\sqrt{3}}{a}+2b$ (2) $2a+\frac{2b}{\sqrt{3}}$ (3) $2a+\frac{2b}{3}$ (4) 2a + 2b

A. 4

sol. From the given figure



$\frac{a}{AO}=\cos 60^{o}$

$AO = 2a$

$\frac{b}{BO}=\cos 30^{o}$

$BO=\frac{2b}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ Length of optical path $= AO + BO \times \sqrt{3}$

$= 2a + 2b$

NLM

3. A ball is thrown upward with an initial velocity V_0 from the surface of the earth. The motion of the ball is affected by a drag force equal to $m\gamma v^2$ (where m is mass of the ball, v is its instantaneous velocity and γ is a constant). Time taken by the ball to rise to its maximum height is :

एक गेंद को पृथ्वी की सतह से आरम्भिक वेग V_0 से ऊपर की ओर फेंका जाता है। गेंद की गति एक अवरोधक बल $m\gamma v^2$ से प्रभावित

होती है। यहाँ m गेंद का द्रव्यमान, v उसका तात्कालिक वेग तथा γ एक स्थिरांक हैं। गेंद द्वारा अपने शीर्षबिन्दु तक पहुँचने में लगा समय होगा :

(1) $\frac{1}{\sqrt{\gamma g}}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{g}}v_0\right)$ (2) $\frac{1}{\sqrt{\gamma g}}\ln\left(1+\sqrt{\frac{\gamma}{g}}v_0\right)$

(3) $\frac{1}{\sqrt{\gamma g}}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{g}}v_0\right)$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2\gamma g}}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{2\gamma}{g}}v_0\right)$

A. 3

sol. Retardation of the particle

$a = -(g + \gamma v^2)$

$$\int_{v_0}^{0}\frac{-dv}{g+\gamma v^2} = \int_0^t dt \qquad [\text{for } H_{max}\ v = 0]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\gamma g}}\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\gamma}v_0}{\sqrt{g}}\right) = t$$

Rotation

4. A particle of mass m is moving along a trajectory given by

$x = x_0 + a\cos\omega_1 t$

$y = y_0 + b\sin\omega_1 t$

The torque, acting on the particle about the origin, at t = 0 is :

द्रव्यमान m के एक पिण्ड का पथ निम्न है :

$x = x_0 + a\cos\omega_1 t$

$y = y_0 + b\sin\omega_1 t$

t = 0 पर, मूलबिन्दु के सापेक्ष पिण्ड पर लगने वाला जड़त्व आघूर्ण होगा :

(1) $-m(x_0 b\,\omega_2^2 - y_0 a\,\omega_1^2)\hat{k}$ (2) $m(x_0 b + y_0 a)\omega_1^2\hat{k}$

(3) $+my_0\,a\,\omega_1^2\hat{k}$ (4) Zero

A. 3

sol. $x = x_0 + a\cos\omega_1 t$

$y = y_0 + b\sin\omega_2 t$

$\Rightarrow v_x = -a\omega_1 \sin(\omega_1 t), \qquad v_y = b\omega_2 \cos(\omega_1 t)$

$a_x = -a\omega_1^2 \cos(\omega_1 t), \qquad a_y = -b\omega_2^2 \sin(\omega_2 t)$

At $t = 0, \quad x = x_0 + a, \quad y = y_0$

$a_x = -a\omega_1^2, \quad a_y = 0$

$\therefore \quad \vec{\tau} = m\left(-a\omega_1^2\right) \times y_0\left(-\hat{k}\right)$

$= +my_0 a\omega_1^2 \hat{k}.$

Dual Nature of Radiation & Matter

5. In a photoelectric effect experiment the threshold wavelength of light is 380 nm. If the wavelength of incident light is 260 nm, the maximum kinetic energy of emitted electrons will be :

Given E (in eV) $= \dfrac{1237}{\lambda(\text{in nm})}$ (in nm)

एक प्रकाश विद्युत प्रवाह प्रयोग में प्रकाश की देहली तरंगदैर्ध्य 380 nm है। यदि आपतित किरण की तरंगदैर्ध्य 260 nm हो तो उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा होगी :

दिया है : E (eV में) $= \dfrac{1237}{\lambda(\text{in nm})}$ (nm में)

(1) 4.5 eV (2) 15.1 eV (3) 3.0 eV (4) 1.5 eV

A. 4

sol. Wavelength of incident wave (λ) = 260 nm

Cut off (threshold) wavelength (λ_0) = 380 nm

Then $KE_{max} = \dfrac{hc}{\lambda} - \dfrac{hc}{\lambda_0}$

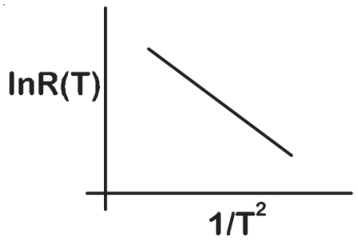
$= 1237\left[\dfrac{1}{260} - \dfrac{1}{380}\right]$

$= \dfrac{1237 \times 120}{380 \times 260} = 1.5 \text{ eV}$

Current Electricity

6. In an experiment, the resistance of a material is plotted as a function of temperature (in some range). As shown in the figure, it is a straight line. One may conclude that :

एक प्रयोग में, एक पदार्थ के प्रतिरोध का तापमान के फलन में (किसी परास में) ग्राफ बनाया जाता है। दिखाये गये चित्रानुसार यह एक सरल रेखा है। इससे निष्कर्ष निकाल सकते है कि :



(1) $R(T)=\frac{R_0}{T^2}$ (2) $R(T)=R_0e^{-T_0^2/T^2}$ (3) $R(T)=R_0e^{-T^2/T_0^2}$ (4) $R(T)=R_0e^{T^2/T_0^2}$

A. 2

sol. $InR(T)=a-\frac{1\times b}{T^2}$

a, b are constant

$R(T)=R_0e^{\frac{-T_0^2}{T^2}}$

Semiconductors

7. An npn transistor operates as a common emitter amplifier, with a power gain of 60 dB. The input circuit resistance is 100 Ω and the output load resistance is 10 kΩ. The common emitter current gain β is :

एक npn ट्रांजिस्टर 60 dB शक्ति लब्धि वाले उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक के रूप में काम करता है। इस परिपथ का निवेशी प्रतिरोध 100 Ω तथा निर्गत लोड प्रतिरोध 10 kΩ है। उभयनिष्ठ उत्सर्जक धारा लब्धि β है :

(1) 10^4 (2) 6×10^2 (3) 10^2 (4) 60

A. 3

sol. $P_{gain}=\beta^2\left(\frac{R_{out}}{R_{in}}\right)$ & $I_{gain}=\beta$

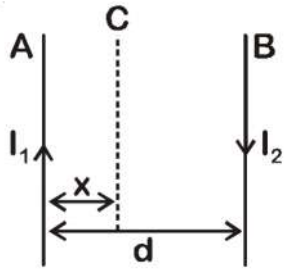
$\therefore\ 10^6=\beta^2\left(\frac{10000}{100}\right)$

$\beta=100$

Magnetic Field & Force

8. Two wires A and B are carrying currents I_1 and I_2 as shown in the figure. The separation between them is d. A third wire C carrying a current I is to be kept parallel to them at a distance x from A such that the net force acting on it is zero. The possible values of x are :

दिखाये गये चित्र में दो तार A तथा B में प्रवाहित धारायें I_1 तथा I_2 हैं। उनके बीच की दूरी d है। I धारा वाला एक तीसरे तार C को इनके समान्तर A से x दूरी पर इस प्रकार रखते हैं कि इस पर कुल बल शून्य है। x के सम्भव मान होंगे :



(1) $x = \pm\frac{I_1 d}{(I_1 - I_2)}$

(2) $x = \left(\frac{I_2}{I_1 + I_2}\right) d$ तथा $x = \left(\frac{I_2}{I_1 - I_2}\right) d$

(3) $x = \left(\frac{I_2}{I_1 + I_2}\right) d$ तथा $x = \left(\frac{I_2}{I_1 - I_2}\right) d$

(4) $x = \left(\frac{I_1}{I_1 - I_2}\right) d$ तथा $x = \left(\frac{I_2}{I_1 + I_2}\right) d$

A. 1

sol. $\Sigma\vec{F} = 0$

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(x-d)} \quad \text{since } (x > d)$$

$$I_1 x - I_1 d = I_2 x$$

$$x = \frac{I_1 d}{I_1 - I_2}$$

Sound Waves

9. A stationary source emits sound waves of frequency 500 Hz. Two observers moving along a line passing through the source detect sound to be of frequencies 480 Hz and 530 Hz. Their respective speeds are, in ms^{-1}, (Given speed of sound = 300 m/s)

एक स्थिर स्त्रोत 500 Hz आवृत्ति से ध्वनि उत्सर्जित करता है। दो श्रोता एक ही रेखा, जो कि स्त्रोत से होकर जाती है, में चलते हैं तो उन्हें ध्वनि की आवृत्ति 480 Hz और 530 Hz सुनाई देती है। इन श्रोताओं की चाल क्रमशः ms^{-1} में होगी :

(दिया है : ध्वनि की चाल = 300 m/s)

(1) 12, 16 (2) 16, 14 (3) 8, 18 (4) 12, 18

A. 4

sol. Frequency of sound source $(f_0) = 500$ Hz

When observer is moving away from the source

Apparent frequency $f_1 = 480 = f_0\left(\frac{v - v'_0}{v}\right)$ ...(i)

And when observer is moving towards the source $f_2 = 530 = f_0\left(\frac{v + v''_0}{v}\right)$ ...(ii)

From equation (i)

$$480 = 500\left(\frac{300 - v'_0}{300}\right)$$

$$v'_0 = 12 \text{ m/s}$$

From equation (ii)

$$530 = 500\left(1 + \frac{v''_0}{v}\right)$$

$$\therefore \quad v''_0 = 18 \text{ m/s}$$

Electromagnetic Induction

10. A transformer consisting of 300 turns in the primary and 150 turns in the secondary gives output power of 2.2 kW. If the current in the secondary coil is 10 A, then the input voltage and current in the primary coil are :

(1) 440 V and 5 A (2) 220 V and 20 A (3) 220 V and 10 A (4) 440 V and 20 A

300 फेरों वाली प्राथमिक कुण्डली तथा 150 फेरों वाली द्वितीयक कुण्डली वाले एक ट्रांसफार्मर की निर्गत शक्ति 2.2 kW है। यदि द्वितीयक कुण्डली में धारा का मान 10 A है तो निवेशी वोल्टेज और प्राथमिक कुण्डली में धारा के मान हैं :

(1) 440 V तथा 5 A (2) 220 V तथा 20 A (3) 220 V तथा 10 A (4) 440 V तथा 20 A

A. 1

sol. Power output $(V_2I_2) = 2.2$ kW

$$\therefore \ V_2 = \frac{2.2 \text{ kW}}{(10 \text{ A})} = 220 \text{ volts}$$

$\therefore$ Input voltage for step-down transformer

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = 2$$

$$V_{input} = 2 \times V_{output} = 2 \times 220$$

$$= 440 \text{ V}$$

Also $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$

$$\therefore \quad I_1 = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ A}$$

Current Electricity

11. A uniformly charged ring of radius 3a and total charge q is placed in xy-plane centred at origin. A point charge q is moving towards the ring along the z-axis and has speed v at z = 4a. The minimum value of v such that it crosses the origin is :

कुल आवेश q तथा त्रिज्या 3a का एक एकसमान आवेशित वलय xy-समतल में मूलबिन्दु पर केन्द्रित रखा है। एक बिन्दु आवेश q इस

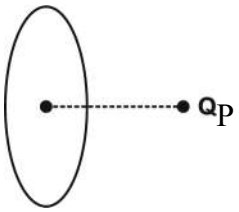
वलय की तरफ z–अक्ष पर चल रहा है। इसकी z = 4a पर चाल v है। मूलबिन्दु को पार करने के लिए v का न्यूनतम मान होगा :

(1) $\sqrt{\frac{2}{m}}\left(\frac{1}{15}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)^{1/2}$ (2) $\sqrt{\frac{2}{m}}\left(\frac{1}{5}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)^{1/2}$

(3) $\sqrt{\frac{2}{m}}\left(\frac{4}{15}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)^{1/2}$ (4) $\sqrt{\frac{2}{m}}\left(\frac{2}{15}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\right)^{1/2}$

A. 4

sol. +Q, R



Potential at any point of the charged ring

$$V_P = \frac{KQ}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

The minimum velocity (v_0) should just sufficient to reach the point charge at the center, therefore

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = Q[V_C - V_P]$$

$$= Q\left[\frac{KQ}{3a} - \frac{KQ}{5a}\right]$$

$$v_0^2 = \frac{4KQ^2}{15\ ma} = \frac{4}{15}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{ma}$$

$$\therefore \quad v_0 = \sqrt{\frac{2}{m}}\left(\frac{2q^2}{15\times 4\pi\varepsilon_0 a}\right)^{\frac{1}{2}}$$

KTG & Thermodynamics

12. n moles of an ideal gas with constant volume heat capacity C_V undergo an isobaric expansion by certain volume. The ratio of the work done in the process, to the heat supplied is :

एक नियत आयतन ऊष्मा धारिता C_V की आदर्श गैस के n मोल का समदाबीय प्रसार किसी आयतन से होता है। प्रक्रिया में किये गये कार्य का दी गई ऊष्मा से अनुपात है :

(1) $\frac{4nR}{C_V + nR}$ (2) $\frac{nR}{C_V + nR}$ (3) $\frac{4nR}{C_V - nR}$ (4) $\frac{nR}{C_V - nR}$

A. Bonus

sol. For Isobaric process

Work done (W) = $nR\Delta T$

and Heat given (Q) = $nC_P\Delta T$

$\therefore \quad \frac{W}{Q} = \frac{R}{C_P} = \frac{R}{C_V + R}$

KTG & Thermodynamics

13. A 25×10^{-3} m^3 volume cylinder is filled with 1 mol of O_2 gas at room temperature (300 K). The molecular diameter of O_2, and its root mean square speed, are found to be 0.3 nm and 200 m/s, respectively. What is the average collision rate (per second) for an O_2 molecule ?

एक 25×10^{-3} m^3 आयतन के सिलेंडर में 1 mol O_2 गैस कक्षीय तापमान (300 K) पर भरी है। O_2 के आण्विक व्यास तथा वर्ग माध्य मूल वेग के मान क्रमशः 0.3 nm तथा 200 m/s पाये जाते हैं। किसी O_2 अणु के संघट्ट दर का मान (प्रति सेकण्ड) क्या होगा?

(1) $\sim 10^{12}$ (2) $\sim 10^{10}$ (3) $\sim 10^{11}$ (4) $\sim 10^{13}$

A. 2

sol.

$V = 25 \times 10^{-3}$ m^3, N = 1 mole of O_2

T = 300 K

V_{rms} = 200 m/s

$\because \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}N\pi r^2}$

$V = 25 \times 10^{-3}$ m^3, N = 1 mole of O_2

T = 300 K

$V_{rms} = 200$ m/s

$\because \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}N\pi r^2}$

Average time $\frac{1}{\tau} = \frac{< V >}{\lambda} = 200 \, . \, N\pi r^2 \, . \, \sqrt{2}$

$= \frac{\sqrt{2} \times 200 \times 6.023 \times 10^{23}}{25 \times 10^{-3}} . \pi \times 10^{-18} \times 0.09$

Average no. of collision $\approx 10^{10}$

Nuclear Physics

14. Two radioactive materials A and B have decay constants 10λ and λ, respectively. If initially they have the same number of nuclei, then the ratio of the number of nuclei of A to that of B will be 1/e after a time :

दो रेडियोधर्मी पदार्थों A तथा B के क्षय नियतांक, क्रमशः, 10λ तथा λ हैं। यदि आरम्भ में उनके नाभिकों की संख्या बराबर हो तो कितने समय बाद A तथा B के नाभिकों की संख्या का अनुपात 1/e होगा :

(1) $\frac{1}{10\lambda}$ (2) $\frac{11}{10\lambda}$ (3) $\frac{1}{9\lambda}$ (4) $\frac{1}{11\lambda}$

A. 3

sol. Number of nuclei present at any time t

$N = N_0 e^{-\lambda t}$

$\therefore \quad \frac{N_A}{N_B} = e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} = \frac{1}{e}$

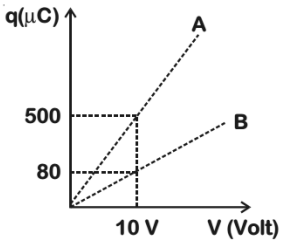
$(\lambda_A - \lambda_B).t = 1$

$\therefore \quad t = \frac{1}{-\lambda + 10\lambda} = \frac{1}{9\lambda}$

Capacitance

15. Figure shows charge (q) versus voltage (V) graph for series and parallel combination of two given capacitors. The capacitances are :

दो दिये गये संधारित्रों को श्रेणी तथा समान्तर क्रम में लगाने पर उनका आवेश (q) तथा वोल्ट (V) के बीच का संबंध ग्राफ चित्र में दर्शाया गया है। इनकी धारिताओं के मान होंगे :



(1) 40μF and 10μF (2) 20μF and 30μF (3) 60μF and 40μF (4) 50μF and 30μF

A. 1

sol. Equivalent capacitance for series combination

$C' = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

For parallel combination $C'' = C_1 + C_2$

Also $C'' > C'$ (slope is larger for C")

$C_1 + C_2 = \frac{500}{10} = 50\mu F$

and $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{80}{10} = 8\,\mu F$

$\therefore \quad C_1 C_2 = 400\ \mu F$

Solving $C_1 = 40\ \mu F$ $C_2 = 10\ \mu F$

Communication Systems

16. A message signal of frequency 100 MHz and peak voltage 100 V is used to execute amplitude modulation on a carrier wave of frequency 300 GHz and peak voltage 400 V. The modulation index and difference between the two side band frequencies are :

100 MHz आवृत्ति तथा शिखर वोल्टता 100 V के एक सूचना सिग्नल का उपयोग 300 GHz आवृत्ति तथा शिखर वोल्टता 400 V की एक वाहक तरंग का आयाम मॉडुलन करने के लिये करते है। मॉडुलन सूचकांक तथा दोनों पार्श्व बैण्ड की आवृत्तियों का अन्तर होगा :

(1) 4 ; 2×10^8 Hz (2) 4 ; 1×10^8 Hz (3) 0.25 ; 1×10^8 Hz (4) 0.25 ; 2×10^8 Hz

A. 4

sol. Range of frequency $= (f_c - f_m)$ to $(f_c + f_m)$

$\therefore$ Band width $= 2f_m = 2 \times 100 \times 10^6$ Hz

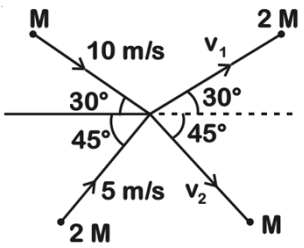
$= 2 \times 10^8$ Hz

and Modulation index $= \dfrac{A_m}{A_C} = \dfrac{100}{400} = 0.25$

COM, Momentum & Collision

17. Two particles, of masses M and 2M, moving, as shown, with speeds of 10 m/s and 5 m/s, collide elastically at the origin. After the collision, they move along the indicated directions with speeds v_1 and v_2, respectively. The values of v_1 and v_2 are nearly :

द्रव्यमान M व 2M के दो कण गति 10 m/s तथा 5 m/s, क्रमशः, से चित्रानुसार चलते हुये मूल बिन्दु पर प्रत्यास्थ संघट्ट करते है। संघट्ट के बाद वो क्रमशः v_1 तथा v_2 की गति से दिखायी गयी दिशाओं में चलते हैं। v_1 तथा v_2 के निकटतम मान होंगे :



(1) 3.2 m/s and 12.6 m/s (2) 3.2 m/s and 6.3 m/s

(3) 6.5 m/s and 3.2 m/s (4) 6.5 m/s and 6.3 m/s

A. 4

sol. Apply conservation of linear momentum in X and Y direction for the system then

$M(10\cos30°) + 2M(5\cos45°) = 2M(v_1\cos30°) + M(v_2\cos45°)$

$$5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} = \sqrt{3}v_1 + \frac{v_2}{\sqrt{2}} \quad ...(1)$$

Also

$2M(5\sin45°) - M(10\sin30°) = 2Mv_1\sin30° - Mv_2\sin45°$

$$5\sqrt{2} - 5 = v_1 - \frac{v_2}{\sqrt{2}} \quad ...(2)$$

Solving equation (1 and 2)

$$\left(\sqrt{3}+1\right)v_1 = 5\sqrt{3} + 10\sqrt{2} - 5 \quad \Rightarrow \quad v_1 = 6.5 \text{ m/s}$$

$v_2 = 6.3$ m/s

Current Electricity

18. A moving coil galvanometer allows a full scale current of 10^{-4} A. A series resistance of 2 MΩ is required to convert the above galvanometer into a voltmeter of range 0 – 5 V. Therefore the value of shunt resistance required to convert the above galvanometer into an ammeter of range 0–10 mA is :

एक चल कुंडली गैल्वेनोमीटर, की पूर्ण विक्षेप धारा का मान 10^{-4} A है। इसको एक 0 – 5 V परास के वोल्टमीटर में बदलने के लिये 2 MΩ के प्रतिरोध की आवश्यकता होती है तो इसे एक 0–10 mA परास के अमीटर में बदलने के लिये किस शंट प्रतिरोध की आवश्यकता होगी :

(1) 200 Ω (2) 500 Ω (3) 100 Ω (4) 10 Ω

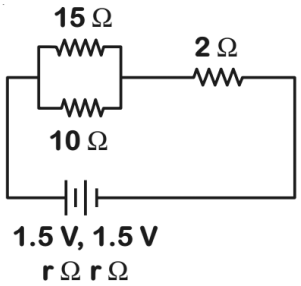
A. Bonus

sol. Data contradictory

Current Electricity

19. In the given circuit, an ideal voltmeter connected across the 10 Ω resistance reads 2 V. The internal resistance r, of each cell is :

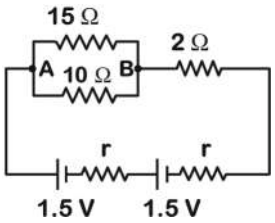
दिये गये परिपथ में, एक आदर्श वोल्टमीटर को जब 10 Ω प्रतिरोध के सिरों पर लगाते हैं तो वह 2 V मापता है। प्रत्येक सेल का आंतरिक प्रतिरोध r होगा :



(1) 0.5Ω (2) 0Ω (3) 1.5Ω (4) 1Ω

A. 1

sol. For the given circuit



Given that $V_{AB} = 2$ V

$\therefore \quad I = \frac{2}{15} + \frac{2}{10} = \frac{1}{3}$ A

Also $I(2r + 2) = 1.5 + 1.5 - V_{AB}$

$\Rightarrow 2r + 2 = (3-2)3$

$\Rightarrow r = \frac{1}{2}\Omega$

Gravitation

20. The value of acceleration due to gravity at Earth's surface is 9.8 ms^{-2}. The altitude above its surface at which the acceleration due to gravity decreases to 4.9 ms^{-2}, is close to : (Radius of earth = 6.4×10^6 m)

पृथ्वी की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण का मान 9.8 ms^{-2} है। पृथ्वी की सतह से वह ऊँचाई, जहाँ गुरूत्वीय त्वरण घटकर 4.9 ms^{-2} हो जाती है, होगी : (पृथ्वी की त्रिज्या = 6.4×10^6 m)

(1) 9.0×10^6 m (2) 6.4×10^6 m (3) 1.6×10^6 m (4) 2.6×10^6 m

A. 4

sol. $g_{height} = \frac{g_{surface}}{2} = 4.9$ m/s^2

As $g_h = g\left(1 + \frac{h}{R_e}\right)^{-2}$

$h = R_e\left(\sqrt{2} - 1\right)/\sqrt{2}$

$h = 6400 \times 0.414$

$h = 2649.6$ km

$h = 2.6 \times 10^6$ m

Fluid Mechanics

21. The ratio of surface tensions of mercury and water is given to be 7.5 while the ratio of their densities is 13.6. Their contact angles, with glass, are close to 135° and 0°, respectively. It is observed that mercury gets depressed by an amount h in a capillary tube of radius r_1, while water rises by the same amount h in a capillary tube of radius r_2. The ratio, (r_1/r_2), is then close to :

पारा तथा पानी के पृष्ठ तनाव का अनुपात 7.5 है जबकि उनके घनत्व का अनुपात 13.6 है। उनके काँच के साथ संपर्क कोण के लगभग मान, क्रमशः, 135° तथा 0° हैं। यह पाया जाता है कि पारा एक त्रिज्या r_1 की केशिका नली में ऊँचाई h से अवनत होता है जबकि पानी त्रिज्या r_2 की केशिका नली में उसी ऊँचाई h से उन्नत होता है। अनुपात r_1/r_2 का निकट मान होगा :

(1) 4/5 (2) 2/3 (3) 3/5 (4) 2/5

A. 4

sol. Ratio of surface tension

$$\frac{S_{Hg}}{S_{Water}} = 7.5$$

$$\frac{\rho_{Hg}}{\rho_W}13.6 \ \& \ \frac{\cos\theta_{Hg}}{\cos\theta_W} = \frac{\cos 135^o}{\cos 0^o} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{R_{Hg}}{R_{Water}} = \left(\frac{S_{Hg}}{S_W}\right)\left(\frac{\rho_W}{\rho_{Hg}}\right)\left(\frac{\cos\theta_{Hg}}{\cos\theta_W}\right)$$

$$= 7.5 \times \frac{1}{13.6} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.4 = \frac{2}{5}$$

Rotation

22. A thin disc of mass M and radius R has mass per unit area $\sigma(r) = kr^2$ where r is the distance from its centre. Its moment of inertia about an axis going through its centre of mass and perpendicular to its plane is :

द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R की एक पतली डिस्क का प्रति इकाई क्षेत्रफल द्रव्यमान $\sigma(r) = kr^2$ है जहाँ r केन्द्र से दूरी है। डिस्क के केन्द्र से जाने वाली तथा इसके लम्बवत् अक्ष के परितः जड़त्व आघूर्ण होगा :

(1) $\frac{MR^2}{3}$ (2) $\frac{MR^2}{6}$ (3) $\frac{MR^2}{2}$ (4) $\frac{2MR^2}{3}$

A. 4

sol. Surface mass density $(\sigma) = kr^2$

Mass of disc $M = \int_0^R (kr^2)2\pi r dr$

$$= 2\pi k\frac{R^4}{4} = \frac{\pi kR^4}{2}$$

$\therefore$ Moment of inertia about the axis of the disc.

$$I = \int dI = \int (dm)\, r^2 = \int \sigma dA r^2$$

$$= \int (Kr^2)(2\pi r dr) r^2$$

$$= \int_0^R 2\pi k r^5 dr = \frac{\pi k R^6}{3} = \frac{2}{3} MR^2$$

KTG & Thermodynamics

23. A cylinder with fixed capacity of 67.2 lit contains helium gas at STP. The amount of heat needed to raise the temperature of the gas by 20°C is : [Given that $R = 8.31\ J\ mol^{-1}K^{-1}$]

एक नियत आयतन 67.2 लीटर के सिलेंडर में मानक तापमान एवं दाब (STP) पर हीलियम गैस भरी है। गैस का तापमान 20°C से बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मा होगी : [दिया है : $R = 8.31\ J\ mol^{-1}K^{-1}$]

(1) 700 J (2) 350 J (3) 374 J (4) 748 J

A. 4

sol. No. of moles of He at STP $= \frac{67.2}{22.4} = 3$

As the volume is constant $\rightarrow$ Isochoric proces

$$Q = nC_v\Delta T = 3 \times \frac{3R}{2} \times 20 = 90R = 90 \times 8.31 \simeq 748\ J.$$

Magnetic Field & Force

24. A proton, an electron, and a Helium nucleus, have the same energy. They are in circular orbits in a plane due to magnetic field perpendicular to the plane. Let r_p, r_e and r_{He} be their respective radii, then,

एक प्रोटॉन, एक इलेक्ट्रॉन और एक हीलियम नाभिक, की ऊर्जाएँ बरबार हैं। वे एक समतल में उसके लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र के कारण वृत्ताकार कक्षा में गतिशील हैं। यदि r_p, r_e और r_{He} प्रोटॉन, इलेक्ट्रॉन तथा हीलियम नाभिक के वृत्ताकार पथ की त्रिज्याएँ हैं, तो :

(1) $r_e < r_p < r_{He}$ (2) $r_e > r_p = r_{He}$ (3) $r_e < r_p = r_{He}$ (4) $r_e > r_p > r_{He}$

A. 3

sol. Radius of circular path (r) in a perpendicular uniform magnetic field $= \frac{mv}{qB} = \frac{\sqrt{2mK}}{qB}$

For proton, electron and α-particle,

$m_\alpha = 4m_p$ and $m_p >> m_e$

Also $q_\alpha = 2q_p$ and $q_p = q_e$

$\therefore$ As KE of all the particles is same then,

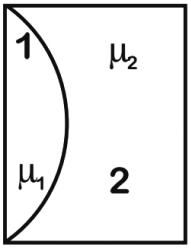
$$r \propto \frac{\sqrt{m}}{q}$$

$\therefore\ r_\alpha = r_p > r_e$

Geometrical Optics

25. One plano-convex and one plano-concave lens of same radius of curvature 'R' but of different materials are joined side by side as shown in the figure. If the refractive index of the material of 1 is μ_1 and that of 2 is μ_2, then the focal length of the combination is :

एक समतल–उत्तल और एक समतल–अवतल लेंस, जिनकी वक्रता त्रिज्या 'R' है वो अलग पदार्थों के बने हैं। इन दोनों को चित्रानुसार चिपका दिया जाता है। यदि लेंस–1 के पदार्थ का अपवर्तनांक μ_1 तथा लेंस–2 के पदार्थ का अपवर्तनांक μ_2 है तो इस संयोजन की फोकस दूरी होगी :



(1) $\frac{R}{2(\mu_1-\mu_2)}$ (2) $\frac{R}{2-(\mu_1-\mu_2)}$ (3) $\frac{R}{\mu_1-\mu_2}$ (4) $\frac{2R}{\mu_1-\mu_2}$

A. 3

sol. Focal length of plano-convex lens-

$$f_1 = \frac{R}{(\mu_1 - 1)}$$

Focal length of plano concave lens-

$$f_2 = \frac{-R}{(\mu_2 - 1)}$$

For the combination of two lens-

$$\frac{1}{f_{eq}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{\mu_1 - 1}{R} - \frac{\mu_2 - 1}{R}$$

$$= \frac{\mu_1 - \mu_2}{R}$$

$$\therefore\ f_{eq} = \frac{R}{\mu_1 - \mu_2}$$

Electromagnetic Waves

26. The electric field of a plane electromagnetic wave is given by

$$\vec{E} = E_0 \hat{i} \cos(kz)\cos(\omega t)$$

The corresponding magnetic field $\vec{B}$ is then given by :

एक समतल विद्युत–चुम्बकीय तरंग का विद्युत क्षेत्र निम्न है,

$\vec{E} = E_0\hat{i}\cos(kz)\cos(\omega t)$

तब संगत चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ होगा :

(1) $\vec{B} = \frac{E_0}{C}\hat{j}\sin(kz)\cos(\omega t)$ (2) $\vec{B} = \frac{E_0}{C}\hat{j}\cos(kz)\sin(\omega t)$

(3) $\vec{B} = \frac{E_0}{C}\hat{j}\sin(kz)\sin(\omega t)$ (4) $\vec{B} = \frac{E_0}{C}\hat{k}\sin(kz)\cos(\omega t)$

A. 3

sol. $\frac{E_0}{B_0} = C$

$\therefore \quad B_0 = \frac{E_0}{C}$

Given that $\vec{E} = E_0\cos(kz)\cos(\omega t)\hat{i}$

$\vec{E} = \frac{E_0}{2}\left[\cos(kz-\omega t)\hat{i} - \cos(kz+\omega t)\hat{i}\right]$

Correspondingly

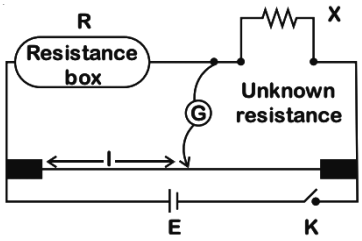
$\vec{B} = \frac{B_0}{2}\left[\cos(kz-\omega t)\hat{j} - \cos(kz+\omega t)\hat{j}\right]$

$\vec{B} = \frac{B_0}{2}\times 2\sin kz\ \sin\omega t$

$\vec{B} = \left(\frac{E_0}{C}\sin kz\ \sin\omega t\right)\hat{j}$

Current Electricity

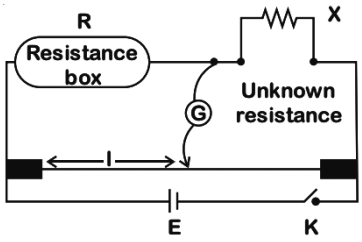
27. In a meter bridge experiment, the circuit diagram and the corresponding observation table are shown in figure.



Sl. No	R (Ω)	l (cm)
1.	1000	60
2.	100	13
3.	10	1.5
4.	1	1.0

Which of the readings is inconsistent ?

एक मीटर सेतू प्रयोग के लिये, परिपथ तथा संगत परीक्षण सारणी चित्र में दिये गये हैं।



Sl. No	R (Ω)	l (cm)
1.	1000	60
2.	100	13
3.	10	1.5
4.	1	1.0

इनमें कौनसा पाठ्यांक असंगत है?

(1) 3 (2) 2 (3) 1 (4) 4

A. 4

sol. $\frac{R}{X}=\frac{I}{100-I}$

Using the above expression

$$X=\frac{R(100-I)}{I}$$

for case (a) $x=\frac{100\times 40}{60}=\frac{2000}{3}\Omega$

for case (b) $x=\frac{100\times 87}{13}=\frac{8700}{13}\Omega$

for case (c) $x=\frac{10\times 98.5}{1.5}=\frac{1970}{3}\Omega$

for case (d) $x=\frac{1\times 99}{1}=99\ \Omega$

Clearly we can see that the value of x calculate in case (d) is inconsistent than other cases.

Current Electricity

28. A current of 5 A passes through a copper conductor (resistivity = 1.7×10^{-8} Ωm) of radius of cross-section 5 mm. Find the mobility of the charges if their drift velocity is 1.1×10^{-3} m/s.

अनुप्रस्थ काट की त्रिज्या 5 mm वाले ताँबे (प्रतिरोधकता = 1.7×10^{-8} Ωm) के एक चालक से 5 A की धारा प्रवाहित होती है। यदि आवेशों का अपवाह वेग 1.1×10^{-3} m/s है तो उनकी गतिशीलता होगी :

(1) 1.3 m^2/Vs (2) 1.8 m^2/Vs (3) 1.5 m^2/Vs (4) 1.0 m^2/Vs

A. 4

sol. Mobility $(\mu) = \frac{v_d}{E}$

and resistivity $(\rho) = \frac{E}{j} = \frac{EA}{I}$

$\therefore \quad \mu = \frac{v_d A}{i\rho}$

$= \frac{1.1\times10^{-3}\times\pi\times\left(5\times10^{-3}\right)^2}{5\times1.7\times10^{-8}}$

$\mu = 1.0\frac{m^2}{Vs}$

Communication Systems

29. Given below in the left column are different modes of communication using the kinds of waves given in the right column.

A. Optical Fibre Communication	P. Ultrasound
B. Radar	Q. Infrared Light
C. Sonar	R. Microwaves
D. Mobile Phones	S. Radio Waves

From the options given below, find the most appropriate match between entries in the left and the right column.

नीचे बाएँ स्तंभ में विभिन्न संचार विधायें एवं दायें स्तम्भ में तरंगों के प्रकार दिये गये हैं।

A. आप्टिकल फाइबर संचार	P. पराध्वनि
B. रेडार	Q. अवरक्त प्रकाश
C. सोनार	R. सूक्ष्म तरंगे
D. मोबाइल फोन	S. रेडियो तरंगे

दिये गये विकल्पों में, दायें तथा बायें स्तम्भ की प्रविष्टियों का सर्वोचित मिलान क्या होगा?

(1) A-Q, B-S, C-P, D-R (2) A-Q, B-S, C-R, D-P

(3) A-S, B-Q, C-R, D-P (4) A-R, B-P, C-S, D-Q

A. 1

sol. Optical Fibre Communication – Infrared Light

Radar – Radio Waves

Sonar – Ultrasound

Mobile Phones – Microwaves

SHM - JEE Main

30. The displacement of a damped harmonic oscillator is given by $x(t) = e^{-0.1t}\cos(10\pi t + \phi)$. Here t is in seconds. The time taken for its amplitude of vibration to drop to half of its initial value is close to :

एक अवमन्दित आवर्ती दोलक का विस्थापन निम्न है, $x(t) = e^{-0.1t}\cos(10\pi t + \phi)$. यहाँ t सेकण्ड में है। इसके दोलन आयाम को अपने आरम्भिक मान से आधा होने में लगे समय का सन्निकट मान होगा :

(1) 7 s (2) 27 s (3) 13 s (4) 4 s

A. 1

sol. Amplitude at $(t = 0)\ A_0 = e^{-0.1\times 0} = 1$

$\therefore$ at $t = t$ if $A = \frac{A_0}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-0.1t}$

$t = 10 \ln 2 \simeq 7$ s