PHYSICS
08 APRIL 2019 [Phase : II]
JEE MAIN PAPER ONLINE

Current Electricity

1. A cell of internal resistanc r dirves current through an external resistance R. The power delivered by the cell to the external resistance will be maximum when
आंतरिक प्रतिरोध r की एक सेल एक बाह्य प्रतिरोध R में धारा प्रवाहित करती है I सेल द्वारा प्रतिरोध को प्रदान की गयी शक्ति का मान अधिकतम होगा, जब :
(1) R = 1000r (2*) R = r (3) R = 2r (4) R = 0.001r

A.
sol. For maximum power in external resistance, Internal resistance should be equal to External resistance
$\Rightarrow R = r$

COM, Momentum & Collision

2. A body of mass m_1 moving with an unknown veloctiy of $v_1\hat{i}$ undergoes a collinear collision with a body of mas m_2 moving with a velocity $v_2\hat{i}$. After collision, m_1 and m_2 with velocities of $v_3\hat{i}$ and $v_4\hat{i}$ respectively. If $m_2 = 0.5\ m_1$ and $v_3 = 0.5\ v_1$ then v_1 is
m_1 द्रव्यमान की एक वस्तु $v_1\hat{i}$ वेग से चलते हुए m_2 द्रव्यमान की वस्तु जो कि $v_2\hat{i}$ वेग से चल रही है, के साथ सम्मुख टक्कर करती है I टक्कर के बाद m_1 तथा m_2 द्रव्यमान के वेग क्रमशः $v_3\hat{i}$ तथा $v_4\hat{i}$ है I
यदि $m_2 = 0.5\ m_1$ तथा $v_3 = 0.5\ v_1$ है, तो v_1 का मान ज्ञात कीजिए –
(1) $v_4 - \frac{v_2}{4}$ (2*) $v_4 - v_2$ (3) $v_4 + v_2$ (4) $v_4 - \frac{v_2}{2}$

A.
sol. $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_3 + m_2v_4$
$m_1v_1 + 0.5m_1v_2 = 0.5m_1v_1 + 0.5m_1v_4$
$v_1 = v_4 - v_2$

Communication Systems

3. In a line of sight radio communication, a distance of about 50km is kept between the transmitting and receiving antennas. If the height of the receiving antenna is 70m, then the minimum height of the transmitting antenna should be
(Radius of the Earth $= 6.4\times10^6$ m)
एक दृष्टिरेखीय रेडियो संचरण में प्रेषक तथा अभिग्राही एन्टीना के बीच 50 km की दूरी है I यदि अभिग्राही एन्टीना की ऊँचाई 70m है, तो प्रेषक एन्टीना की न्यूनतम ऊँचाई होनी चाहिये :
(दिया है : पृथ्वी की त्रिज्या $= 6.4\times10^6$ m)
(1) 20 m (2) 51 m (3*) 32 m (4) 40 m

A.
sol. $\sqrt{2\times70\times R_E} + \sqrt{2\times h_R\times R_E} = 50\times10^3$
Putting $R_E = 6.4\times10^6$ m and solving we get $h_R = 32$ m

Electrostatics

4. The eleectric field in a region is given by $\vec{E} = (Ax + B)\hat{i}$ where E is NC^{-1} and x is in metres. The values of constants are A = 20 SI unit and B = 10 SI unit. If the potential at x = 1 is V_1 and that at x = –5 is V_2 then $V_1 - V_2$ is

एक स्थान पर विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = (Ax + B)\hat{i}$ है, जहाँ E NC^{-1} में तथा x मीटर में है। नियतांकों के मान, A = 20 SI unit तथा B = 10 SI unit हैं। यदि x = 1 पर विभव V_1 तथा x = –5 पर विभव V_2 है तो $V_1 - V_2$ होगा :

(1*) 180V (2) –520V (3) 320 V (4) –48 V

A.

sol. $dV = -\vec{E}.\vec{dr} = -(Ax + B)\,dx$

$$\int_{V_2}^{V_1} dV = \int_{-5}^{1} -(Ax + B)dx$$

$$V_1 - V_2 = \left(-A\frac{x^2}{2} - Bx\right)_{-5}^{1}$$

$$= \left(-\frac{A}{2} - B\right) + \left(\frac{A}{2}25 + B(-5)\right)$$

= 12 A – 6B = 240 – 60 = 180 V

Capacitance

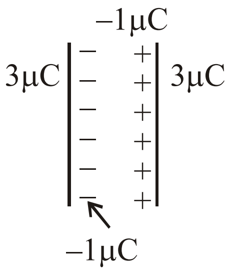
5. A parallel plate capacitor has 1 μF capacitance. One of its two plates is given +2 μC charge and the other plate, +4 μC charge. The potential difference developed across the capacitor is :

एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता 1 μF है। इसकी एक प्लेट को +2 μC तथा दूसरी प्लेट को +4 μC आवेश देते हैं। संधारित्र पर उत्पन्न विभवान्तर है :

(1) 5 V (2*) 1 V (3) 3 V (4) 2 V

A.

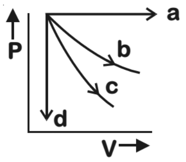
sol. $V = \frac{q}{C} = \frac{1\mu C}{1\mu F}$



KTG & Thermodynamics

6. The given diagram shows four processes i.e., isochoric, isobaric, isothermal and adiabatic. The correct assignment of the processes, in the same order is given by :

दिये गये चित्र में चार प्रक्रम, समआयतनिक, समदाबीय, समतापीय तथा रूद्धोष्म, दिखाये गये है। इस ग्राफों का इसी क्रम में सही निर्दिष्टीकरण होगा :



(1) adcb (2) adbc (3*) dabc (4) dacb

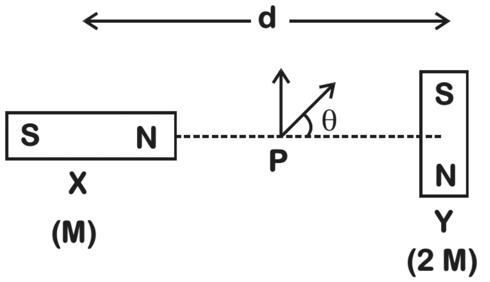
A.

sol. Between the isothermal and the adiabatic processes, P-V graph for adiabatic is steeper.

Magnetic Field & Force

7. Two magnetic dipoles X and Y are placed at a separation d, with their axes perpendicular to each other. The dipole moment of Y is twice that of X. A particle of charge q is passing through their mid-point P, at angle $\theta = 45°$ with the horizontal line, as shown in figure. What would be the magnitude of force on the particle at that instant? (d is much larger than the dimensions of the dipole)

दो चुम्बकीय द्विध्रुवों X तथा Y को चित्रानुसार d दूरी पर, उनके अक्षों को परस्पर लम्बवत् करके, रखा है। Y का द्विध्रुव आघूर्ण X का दो गुना है। q आवेश का एक कण इन दोनों के ठीक मध्य बिन्दु P से क्षैतिज रेखा से $\theta = 45°$ के कोण पर, चित्रानुसार, गुजरता है। इस क्षण पर कण पर एक लगे बल का परिमाण क्या होगा? (दिया है : d द्विध्रुव के आकार (dimensions) से अत्यधिक बड़ा है।)



(*1) 0

(2) $\sqrt{2}\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{M}{\left(\frac{d}{2}\right)^3}\times qv$

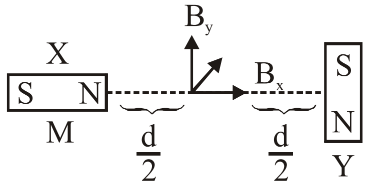
(3) $\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{2M}{\left(\frac{d}{2}\right)^3}\times qv$

(4) $\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{M}{\left(\frac{d}{2}\right)^3}\times qv$

A.

sol. $\vec{F}_m = q(\vec{V}\times\vec{B})$

$\vec{B} = \vec{B}_x + \vec{B}_y$



Since $M_y = 2M_x$

$|\vec{B}_x| = |\vec{B}_y|$

$\vec{B}_{net}$ is parallel to $\vec{V}$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = 0$

Simple Harmonic Motion

8. A damped harmonic oscillator has a frequency of 5 oscillations per second. The amplitude drops to half its value for every 10 oscillations. The time it will take to drop to 1/1000 of the original amplitude is close to:

एक अवमन्दित आवर्ती दोलक की आवृत्ति प्रति सेकण्ड 5 दोलन है। इसका आयाम प्रत्येक 10 दोलन के बाद आधा हो जाता है। इसके मूल आयाम को 1/1000 गुना घटाने में लगे समय का सन्निकट मान होगा :

(1) 100 s (2) 10 s (3) 50 s (4*) 20 s

A.

sol. Time for 10 oscillations $= \frac{10}{5} = 2\,s$

$A = A_0\, e^{-kt}$

$\frac{1}{2} = e^{-2k} \quad \Rightarrow \quad \ln 2 = 2k \qquad ....(1)$

$10^{-3} = e^{-kt} \quad \Rightarrow \quad 3\ln 10 = kt \qquad ....(2)$

$\frac{2}{1} \Rightarrow t = \frac{3\ln 10}{k} = \frac{3\ln 10}{\ln 2} \times 2$

$= 6 \times \frac{2.3}{0.69} \approx 20s$

Units & Dimensions

9. If Surface tension (S), Moment of Inertia (I) and Planck's constant (h), were to be taken as the fundamental units, the dimensional formula for linear momentum would be:

यदि पृष्ठ तनाव (S), जड़त्व आघूर्ण (I) तथा प्लांक नियतांक (h) को मूलभूत इकाई मानें तो रेखीय संवेग का विमा सूत्र होगा :

(1) $S^{1/2}I^{3/2}h^{-1}$ (2) $S^{3/2}I^{1/2}h^{0}$ (3) $S^{1/2}I^{1}/2h^{-1}$ (4*) $S^{1/2}I^{1/2}h^{0}$

A.

sol. $[p] = MLT^{-1} = [I^x\, h^y\, S^z]$

$= M^xL^{2x}\,(ML^2T^{-1})y\,(MT^{-2})^z$

$= Mx + y + z\, L^{2x+2y}\, T^{-y-2z}$

$x + y + z = 1$

$2(x + y) = 1 \quad \Rightarrow \quad x + y = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad z = \frac{1}{2}$

$y + 2z = 1 \quad \Rightarrow \quad y = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{2}$

$[p] = \sqrt{IS}$

Alternating Current

10. A circuit connected to an ac source of emf $e = e_0\sin(100t)$ with t in seconds, gives a phase difference of $\pi/4$ between the emf e and current i. Which of the following circuits will exhibit this?

(1) RL circuit with R = 1 kΩ and L = 10 mH

(2) RL circuit with R = 1 kΩ and L = 1 mH

(3*) RC circuit with R = 1 kΩ and C = 10 ΩF

(4) RC circuit with R = 1 kΩ and C = 1 ΩF

जब एक विद्युत वाहक बल $e = e_0\sin(100t)$, जहाँ t सेकण्ड में है, के प्रत्यावर्ती स्त्रोत को एक परिपथ से जोड़ते हैं तो विद्युत वाहक बल e तथा धारा i में $\pi/4$ का कलान्तर पाया जाता है। निम्न में से किस परिपथ में ऐसा होगा?

(1) RL – परिपथ, जहाँ R = 1 kΩ तथा L = 10 mH

(2) RL – परिपथ, जहाँ R = 1 kΩ तथा L = 1 mH

(3) RC – परिपथ, जहाँ R = 1 kΩ तथा C = 10 ΩF

(4) RC – परिपथ, जहाँ R = 1 kΩ तथा C = 1 ΩF

A.

sol. As $\phi = \frac{\pi}{4}$, $x_c = R$

Electromagnetic Waves

11. The magnetic field of an electromagnetic wave is given by $\vec{B} = 1.6\times10^{-6}\cos(2\times10^{7}z + 6\times10^{15}t)\left(2\hat{i}+\hat{j}\right)\frac{Wb}{m^2}$

The associated electric field will be

एक विद्युत चुम्बकीय तरंग का चुम्बकीय क्षेत्र निम्न है :

$\vec{B} = 1.6\times10^{-6}\cos(2\times10^{7}z + 6\times10^{15}t)\left(2\hat{i}+\hat{j}\right)\frac{Wb}{m^2}$

इसके संगत विद्युत क्षेत्र होगा :

(1*) $\vec{E} = 4.8\times10^{2}\cos\left(2\times10^{7}z+6\times10^{15}t\right)\left(-\hat{i}+2\hat{j}\right)\frac{V}{m}$

(2) $\vec{E} = 4.8\times10^{2}\cos\left(2\times10^{7}z+6\times10^{15}t\right)\left(2\hat{i}+\hat{j}\right)\frac{V}{m}$

(3) $\vec{E} = 4.8\times10^{2}\cos\left(2\times10^{7}z-6\times10^{15}t\right)\left(-2\hat{j}+\hat{i}\right)\frac{V}{m}$

(4) $\vec{E} = 4.8\times10^{2}\cos\left(2\times10^{7}z+6\times10^{15}t\right)\left(\hat{i}-2\hat{j}\right)\frac{V}{m}$

A.

sol. Amplitude of electric field, $E = B_0C$

$= 1.6\times10^{-6}\times\sqrt{5}\times3\times10^{8}$

$= 4.8\times10^{2}\times\sqrt{5}\ V/m$

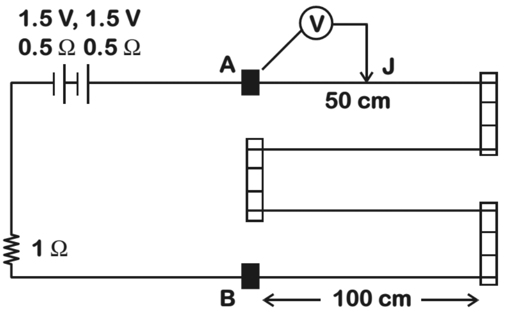
Also $\vec{E}\times\vec{B}$ is along $-\hat{k}$ (the direction of propagation)

$\Rightarrow \quad E\vec{e} = 4.8\times10^{2}\ \cos(2\times10^{7}\ z+6\times10^{15}\ t)(-\hat{i}+2\hat{j})\frac{V}{m}$

Current Electricity

12. In the circuit shown, a four-wire potentiometer is made of a 400 cm long wire, which extends between A and B. The resistance per unit length of the potentiometer wire is r = 0.01 Ω/cm. If an ideal voltmeter is connected as shown with jockey J at 50 cm from end A, the expected reading of the voltmeter will be

दिखाये गये परिपथ में एक चार तार वाले विभवमापी के 400 cm लम्बे तार को A तथा B के बीच में लगाया गया है (चित्र देखिये) । इस विभवमापी तार का एकाकी लम्बाई प्रतिरोध r = 0.01 Ω/cm है । यदि एक आदर्श वोल्टमीटर को चित्रानुसार जॉकी J के साथ सिरे A से 50 cm दूरी पर लगाते हैं, तो वोल्टमीटर के पाठ्यांक का आपेक्षित मान होगा :



(1) 0.75V (2) 0.50V (3) 0.20V (4*) 0.25V

A.

sol. Resistance of potentiometer wire, $R_p = 400 \times 0.01$
$= 4\ \Omega$

$\Rightarrow \quad I = \frac{3}{6} = 0.5\ A$

$\Rightarrow$ Reading of voltmeter $= I\ R_{AJ}$
$= 0.5 \times 50 \times 0.01$
$= 0.25\ V$

Nuclear Physics

13. A nucleus A with a finite de Broglie wavelength λ_A, undergoes spontaneous fission into two nuclei B and C of equal mass. B flies in the same direction as that of A, while C flies in the opposite direction with a velocity equal to half of that of B. The de-Broglie wavelength λ_B and λ_C of B and C are respectively

परिमित दे–ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य λ_A के एक नाभिक A का स्वत: विखण्डन बराबर द्रव्यमान के दो नाभिकों B तथा C में होता है। B नाभिक A की दिशा में तथा C नाभिक उसके विपरीत दिशा में B के आधे वेग से जाता है, तो B व C की दे–ब्रॉग्ली तरंगदैर्ध्य, λ_B तथा λ_C क्रमश: होंगी :

(1) $2\lambda_A, \lambda_A$ (2) $\lambda_A, \lambda_A/2$ (3*) $\lambda_A/2, \lambda_A, \lambda_A$ (4) $\lambda_A, 2\lambda_A$

A.

sol. $\lambda_A = \frac{h}{mV_A}$

Conservation of linear momentum

$\Rightarrow \quad mV_A = \frac{m}{2}V - \frac{m}{2}.\frac{V}{2} = \frac{mV}{4}$

$\therefore \quad V_A = \frac{V}{4}$

$\Rightarrow \quad \lambda_A = \frac{4h}{mV}$

$\lambda_B = \frac{h}{\frac{m}{2}V} = \frac{2h}{mV} = \frac{\lambda_A}{2}$

$\lambda_C = \frac{h}{\frac{m}{2}.\frac{V}{2}} = \frac{4h}{mV} = \lambda_A$

Gravitation

14. A rocket has to be launched from earth in such a way that it never returns. If E is the minimum energy delivered by the rocket launcher, what should be the minimum energy that the launcher should have if the same rocket is to be launched from the surface of the moon ? Assume that the density of the earth and the moon are equal and that the earth's volume is 64 times the volume of the moon.

एक रॉकेट को पृथ्वी से इस तरह प्रक्षेपित करते हैं कि वह वापस नहीं आता है। यदि इसके लिये रॉकेट प्रक्षेपक (launcher) द्वारा दी गयी न्यूनतम ऊर्जा E है, तो उसी रॉकेट को चन्द्रमा की सतह से प्रक्षेपित करने के लिए प्रक्षेपक द्वारा दी गयी न्यूनतम ऊर्जा क्या होगी? मानिये कि पृथ्वी तथा चन्द्रमा का घनत्व समान है तथा पृथ्वी का आयतन चन्द्रमा से 64 गुना ज्यादा है :

(1) E/64 (2) E/4 (3) E/16 (4) E/32

A. 3

sol. $E = \frac{GM_Em}{R_E}$

$E' = \frac{GM_mm}{R_M}$

$\rho R_E^3 = 64\rho R_M^3$

$\Rightarrow \quad R_E = 4\,R_M \qquad \frac{M_m}{M_e} = \frac{d_m \times V_m}{d_e \times V_e} = \frac{1}{64}$

$\frac{E'}{E} = \frac{M_M}{M_E}.\frac{R_E}{R_M} = \frac{1}{64}.4 = \frac{1}{16}$

$\Rightarrow \quad E' = \frac{E}{16}$

Errors & Significant Digits

15. In a simple pendulum experiment for determination of acceleration due to gravity (g), time taken for 20 oscillations is measured by using a watch of 1 second least count. The mean value of time taken comes out to be 30 s. The length of pendulum is measured by using a meter scale of least count 1 mm and the value obtained is 55.0 cm. The percentage error in the determination of g is close to :

एक सरल दोलक के प्रयोग, जिसमें गुरूत्वीय त्वरण (g) मापना है, में 20 दोलनों का समय एक 1 sec अल्पतमांक वाली एक विराम घड़ी से मापते हैं। इस समय का माध्य मान 30 s आता है। दोलक की लम्बाई को 1 mm अल्पतमांक के पैमाने से मापने पर 55.0 cm आती है। g के मापन में प्रतिशत त्रुटि का सन्निकट मान होगा :

(1) 6.8% (2) 0.2 (3) 3.5% (4) 0.7

A. 1

sol. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \Rightarrow \quad g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}$

$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T} = \left(\frac{0.1}{55} + \frac{2\times 1}{30}\right)\times 100$

$\approx 6.8\%$

Electrostatics

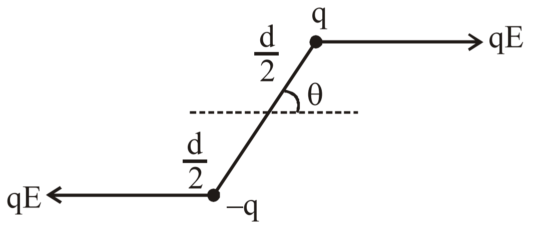
16. An electric dipole is formed by two equal and opposite charges q with separation d. The charges have same mass m. It is kept in a uniform electric field E. If it is slightly rotated from its equilibrium orientation, then its angular frequency ω is :

एक विद्युत द्विध्रुव d दूरी पर रखे दो बराबर एवं विपरीत आवेश q से बना है। आवेशों का एकसमान द्रव्यमान m है। इसको एकसमान विद्युत क्षेत्र E में रखते हैं। इसे इसकी साम्यावस्था के अभिविन्यास से थोड़ा सा घुमाते हैं, तो कोणीय आवृत्ति ω होगी :

(1) $\sqrt{\frac{2qE}{md}}$ (2) $2\sqrt{\frac{qE}{md}}$ (3) $\sqrt{\frac{qE}{2md}}$ (4) $\sqrt{\frac{qE}{md}}$

A. 1

sol.



$\tau = I\alpha$

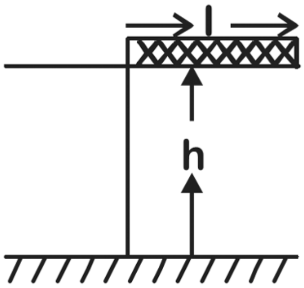
$-Eqd\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = 2\frac{md^2}{4}.\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\Rightarrow \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{2Eq\theta}{md}$

$\Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{2Eq}{md}}$

Rotation

17. A rectangular solid box of length 0.3 m is held horizontally, with one of its sides on the edge of a platform of height 5 m. When released, it slips off the table in a very short time $\tau = 0.01$ s, remaining essentially horizontal. The angle by which it would rotate when it hits the ground will be (in radians) close to :
0.3 m लम्बाई के एक ठोस आयताकार डिब्बे के एक सिरे को 5 m ऊँचे प्लेटफॉर्म के किनारे पर क्षैतिज पकड़ा हुआ है। जब उसे छोड़ते हैं तो लगभग क्षैतिज रहते हुए बहुत कम समय $\tau = 0.01$ s में मेज पर से फिसल जाता है। जब यह जमीन पर गिरता है तो यह लगभग किस कोण (रेडियन में) घूम जायेगा ?



(1) 0.3 (2) 0.02 (3) 0.28 (4) 0.5

A. 4

sol. Initial angular acceleration before it slips off

$mg\frac{l}{2} = I\alpha$

$\alpha = \frac{3g}{2l}$

$\therefore$ Angular speed acquire by the box in time $\tau = 0.01$ s

$$\omega = \alpha t = \frac{3g}{2l} \times 0.01 = \frac{3 \times 10 \times 0.01}{2 \times 0.3} = \frac{1}{2} \text{rad / sec}$$

$\therefore$ The angle by which it would rotate when hits the ground

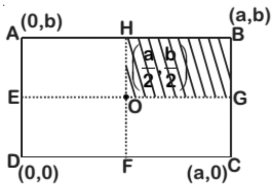
$\theta = \omega t'$

[Assuming ω = constant and t' = time of fall $= \sqrt{\frac{2H}{g}} = 1\,\text{sec}$

$\therefore \theta = \frac{1}{2}$ radians

COM, Momentum & Collision

18. A uniform rectangular thin sheet ABCD of mass M has length a and breadth b, as shown in the figure. If the shaded portion of HBGO is cut-off, the coordinates of the centre of mass of the remaining portion will be :
द्रव्यमान M की एकसमान आयताकार पतली चद्दर ABCD, जिसकी लम्बाई a तथा चौड़ाई b है, को चित्र में दिखाया गया है। यदि इसके आच्छादिक भाग HBGO को काटकर हटा देते हैं तो बाकी चद्दर के द्रव्यमान केन्द्र का निर्देशांक होगा :



(1) $\left(\frac{2a}{3}, \frac{2b}{3}\right)$ (2) $\left(\frac{5a}{12}, \frac{5b}{12}\right)$ (3) $\left(\frac{3a}{4}, \frac{3b}{4}\right)$ (4) $\left(\frac{5a}{3}, \frac{5b}{3}\right)$

A. 2

sol. X-coordinate of CM of remaining sheet

$$X_{cm} = \frac{MX - mx}{M - m}$$

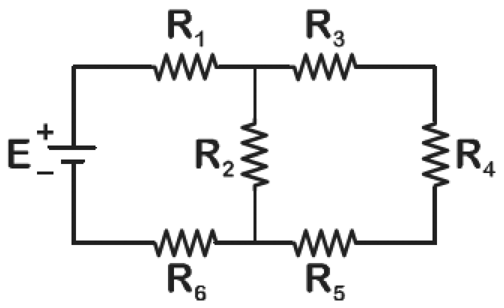
$$= \frac{(4m) \times \left(\frac{a}{2}\right) - M\left(\frac{3a}{4}\right)}{4m - m} = \frac{5a}{12}$$

Similarly $y_{cm} = \frac{5b}{12}$

$\therefore$ CM $\left(\frac{5a}{12}, \frac{5b}{12}\right)$

Current Electricity

19. In the figure shown, what is the current (in Ampere) drawn from the battery ? You are given :
चित्र में दिखाई गयी बैटरी से निकली धारा का मान (एम्पियर में) क्या होगा? दिया गया है :
$R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 20\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, $R_5 = 25\ \Omega$, $R_6 = 30\ \Omega$, $E = 15$ V



(1) 13/24 (2) 9/32 (3) 20/3 (4) 7/18

A. 2

sol. Equivalent resistance of the given circuit

$$R_{eq} = 45 + \frac{10\times 50}{10+50} = \left(45+\frac{50}{6}\right)\Omega = \frac{160}{3}\Omega$$

$$\therefore \quad I = \frac{15}{\frac{160}{3}} = \frac{9}{32}A$$

Vectors

20. Let $|\overrightarrow{A_1}| = 3, |\overrightarrow{A_2}| = 5$ and $|\overrightarrow{A_1}+\overrightarrow{A_2}| = 5$. The value of $\left(2\overrightarrow{A_1}+3\overrightarrow{A_2}\right)\bullet\left(3\overrightarrow{A_1}-2\overrightarrow{A_2}\right)$ is :

दिया है $|\overrightarrow{A_1}| = 3, |\overrightarrow{A_2}| = 5$ तथा $|\overrightarrow{A_1}+\overrightarrow{A_2}| = 5$ है, तो $\left(2\overrightarrow{A_1}+3\overrightarrow{A_2}\right)\bullet\left(3\overrightarrow{A_1}-2\overrightarrow{A_2}\right)$ का मान होगा :

(1) –106.5 (2) –118.5 (3) –99.5 (4) –112.5

A. 2

sol. $\left(2\overrightarrow{A_1}+3\overrightarrow{A_2}\right).\left(3\overrightarrow{A_1}-2\overrightarrow{A_2}\right) = 6|\overrightarrow{A_1}|^2 + 5\overrightarrow{A_1}.\overrightarrow{A_2} - 6|\overrightarrow{A_2}|^2 = (6\times 9) + 5\overrightarrow{A_1}.\overrightarrow{A_2} - (6\times 25)$ .....(i)

$|\overrightarrow{A_1}+\overrightarrow{A_2}| = 5 \Rightarrow 25 = 9 + 25 + 2\overrightarrow{A_1}.\overrightarrow{A_2}$

$\Rightarrow \quad 2\overrightarrow{A_1}.\overrightarrow{A_2} = -9$ .....(ii)

From (i) and (ii),

$\Rightarrow \quad \left(2\overrightarrow{A_1}+3\overrightarrow{A_2}\right).\left(3\overrightarrow{A_1}-2\overrightarrow{A_2}\right) = 54 - 22.5 - 150 = -118.5$

Geometrical Optics

21. Calculate the limit of resolution of a telescope objective having a diameter of 200 cm, if it has to detect light of wavelength 500 nm coming from a star.

एक तारे से आ रहे 500 nm तरंगदैर्ध्य के प्रकाश को संसूचित (detect) करने के लिये 200 cm व्यास के अभिदृश्यक लेंस वाले दूरदर्शी की विभेदन सीमा ज्ञात कीजिये :

(1) 457.5×10^{-9} radian (2) 305×10^{-9} radian

(3) 152.5×10^{-9} radian (4) $610\times 1\,0^{-9}$ radian

A. 2

sol. $\theta = \frac{1.22\lambda}{D}$

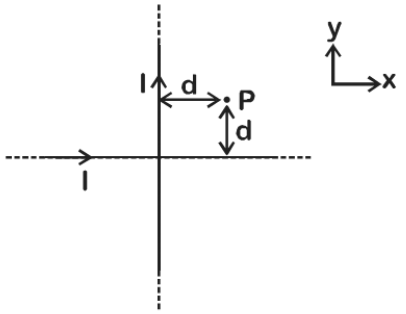
$$\theta = \frac{1.22\times 500\times 10^{-9}}{200\times 10^{-2}} = \frac{1.22\times 500\times 10^{-9}}{2}$$

$\theta = 305 \times 10^{-9}$ radian

Magnetic Field & Force

22. Two very long, straight and insulated wires are kept at 90° angle from each other in xy-plane as shown in the figure.

दो बहुत लम्बे, सीधे तथा विद्युत रोधी तारों को एक दूसरे से 90° कोण पर चित्रानुसार xy-समतल में रखा है।



These wires carry currents of equal magnitude I, whose directions are shown in the figure. The net magnetic field at point P will be :

तारों में एकसमान धारा I, चित्र में दिखायी दिशा में, बह रही है। बिन्दु P पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र होगा :

(1) Zero शून्य (2) $\frac{+\mu_0 I}{\pi d}(\hat{z})$ (3) $-\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\hat{z}+\hat{y})$ (4) $\frac{\mu_0 I}{2\pi d}(\hat{x}+\hat{y})$

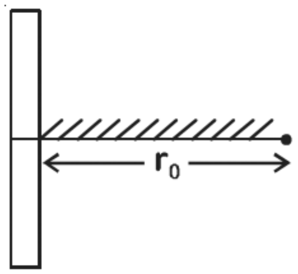
A. 1

sol. $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\left[\hat{k} - \hat{k}\right] = 0$

Electrostatics

23. A positive point charge is released from rest at a distance r_0 from a positive line charge with uniform density. The speed (v) of the point charge, as a function of instantaneous distance r from line charge, is proportional to:

विरामावस्था से एक बिन्दु धन आवेश को एक एकसमान घनत्व के धनात्मक रेखीय आवेश से r_0 दूरी पर छोड़ते हैं। बिन्दु आवेश की चाल (v) रेखीय आवेश से तात्क्षणिक दूरी r के फलन के रूप में समानुपाती होगी :



(1) $v \propto \sqrt{ln\left(\frac{r}{r_0}\right)}$ (2) $v \propto e^{+r/r_0}$ (3) $v \propto ln\left(\frac{r}{r_0}\right)$ (4) $v \propto \left(\frac{r}{r_0}\right)$

A. 1

sol. $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$$\int_{V_G}^{V_P} dV = \int -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr$$

$\Rightarrow \quad V_P - V_G = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r}{r_0}$

$\frac{1}{2}mv^2 = q\left(V_P - V_G\right)$

$\Rightarrow \quad v \propto \left[\ln\left(\frac{r}{r_0}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

Geometrical Optics

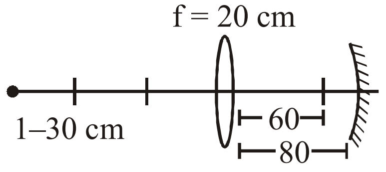
24. A convex lens (of focal length 20 cm) and a concave mirror, having their principal axes along the same lines, are kept 80 cm apart from each other. the concave mirror is to the right of the convex lens. When an object is kept at a distance of 30 cm to the left of the convex lens, its image remains at the same position even if the concave mirror is removed. The maximum distance of the object for which this concave mirror, by itself would produce a virtual image would be :

एक उत्तल लैन्स (फोकस दूरी 20 cm) तथा एक अवतल दर्पण, जिनके मुख्य अक्ष एक ही रेखा में हैं, को एक दूसरे से 80 cm की दूरी पर रखा गया है; अवतल दर्पण उत्तल लैन्स के दाहिनी तरफ रखा है। जब एक वस्तु उत्तल लैन्स के बाँयी तरफ 30 cm की दूरी पर रखी जाती है तो उसका प्रतिबिम्ब उसी स्थान पर ही रहता है, भले ही अवतल दर्पण को उसकी स्थिति से हटा दिया जाये। वस्तु की अधिकतम दूरी, जिसके लिए वह अवतल दर्पण खुद से ही आभासी प्रतिबिम्ब बनाये, होगी :

(1) 30 cm (2) 25 cm (3) 20 cm (4) 10 cm

A. 4

sol.



$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

$\therefore \quad \frac{1}{v} + \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$

$\frac{1}{v} + \frac{30-20}{20\times30} = \frac{10}{20\times30}$

$v = 60$ cm

So clearly radius of curvature of mirror is 20 cm. Now if the object is placed within focal plane i.e. 10 cm then image formed by mirror is virtual.

Nuclear Physics

25. The ratio of mass densities of nuclei ^{40}Ca and ^{16}O is close to :

^{40}Ca तथा ^{16}O के नाभिकों के द्रव्यमान घनत्व के अनुपात का सन्निकट मान होगा :

(1) 0.1 (2) 1 (3) 2 (4) 5

A. 2

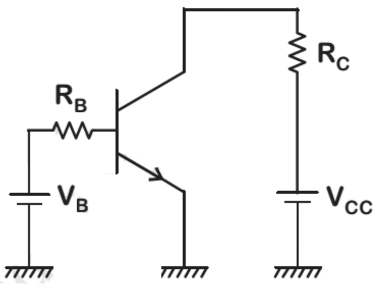
sol. Densities of nucleus happens to be constant, irrespective of mass number.

Semiconductors

26. A common emitter amplifier circuit, bilt using an npn transistor, is shown in the figure. Its dc current gain is 250,

$R_C = 1\ k\Omega$ and $V_{CC} = 10$ V. What is the minimum base current for V_{CE} to reach saturation ?

चित्र में एक npn ट्रांजिस्टर द्वारा बनाये गये उभयनिष्ठ उत्सर्जक प्रवर्धक को दिखाया गया है। इसका dc धारा प्रवर्धन 250 है तथा इसमें $R_C = 1\ k\Omega$ तथा $V_{CC} = 10$ V है। V_{CE} की संतृप्ति (saturation) के लिये आधार धारा का न्यूनतम मान होगा :



(1) 10 μA (2) 100 μA (3) 7 μA (4) 40 μA

A. 4

sol. For saturation, $V_{CC} - i_c \times R_c = 0$

$$\Rightarrow \quad i_c = \frac{V_{CC}}{R_C} = \frac{10}{10^3} = 10^{-2}\ A$$

$$\because \quad \beta = \frac{I_C}{I_B} = 250$$

$$\therefore \quad I_B = \frac{I_C}{250} = \frac{10^{-2}}{250} = 40\mu A$$

Rotation

27. A solid sphere and solid cylinder of identical radii approach an incline with the same linear velocity (see figure). Both roll without slipping all throughout. The two climb maximum heights h_{sph} and h_{cyl} on the incline. The ratio $\frac{h_{sph}}{h_{cyl}}$ is given by :

एक ठोस गोला तथा एक ठोस बेलन जिनकी त्रिज्यायें समान है, एक आनत तल की तरफ समान रेखीय वेग से जा रहे हैं (चित्र देखें)। शुरू से अन्त तक दोनों बिना फिसले लुढ़कते हुये चलते हैं। ये आनत तल पर अधिकतम ऊँचाई h_{sph} तथा h_{cyl} तक चढ़ पाते हैं तो अनुपात $\frac{h_{sph}}{h_{cyl}}$ होगा :

(1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (3) 1 (4) $\frac{14}{15}$

A. 4

sol. $$mgh_{sph} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}.\frac{2}{5}mR^2.\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$= \frac{7}{10}mv^2$ ......(i)

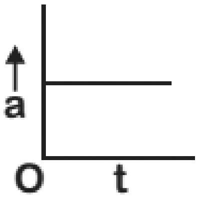
$$mgh_{cylinder} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{mR^2}{2}\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{3}{4}mv^2$$

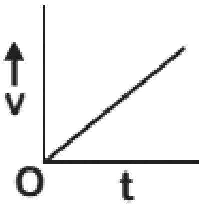
$$\Rightarrow \quad \frac{h_{sph}}{h_{cylinder}} = \frac{7\times 4}{10\times 3} = \frac{14}{15}$$

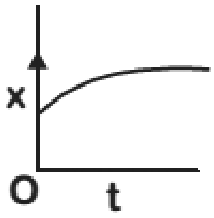
Kinematics

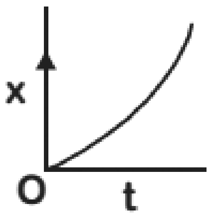
28. A particle starts from origin O from rest and moves with a uniform acceleration along the positive x-axis. Identify all figures that correctly represent the motion qualitatively. (a = acceleration, v = velocity, x = displacement, t = time)

एक कण स्थिरावस्था से एक धनात्मक x–अक्ष की दिशा में मूलबिन्दु O से नियत त्वरण से चलता है। वह सभी चित्र ज्ञात कीजिये जो इस कण की गति को गुणातमक रूप में सही दर्शाते हैं। (a = त्वरण, v = वेग, x = विस्थापन, t = समय)

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

(1) (A) (2) (A), (B), (C) (3) (A), (B), (D) (4) (B), (C)

A. 3

sol. a = Constant

v = at

$x = \frac{1}{2}at^2$ [Particle starts from the origin]

A, B and D are correct graphs.

Elasticity

29. Young's moduli of two wires A and B are in the ratio 7 : 4. Wires A is 2 m long and has radius R. Wire B is 1.5 m long and has radius 2 mm. If the two wires stretch by the same length for a given load, then the value of R is close to :

दो तारों A तथा B के यंग प्रत्यास्थता गुणांकों का अनुपात 7 : 4 है। तार A की लम्बाई 2 m तथा त्रिज्या R है। तार B की लम्बाई 1.5 m तथा त्रिज्या 2 mm है। यदि इन दोनों तारों की लम्बाई में वृद्धि, एक दिये गये भार के कारण, बराबर है तो R का सन्निकट मान होगा :

(1) 1.3 mm (2) 1.9 mm (3) 1.5 mm (4) 1.7 mm

A. 4

sol. $\Delta L = \frac{FL}{YA}$

$$\Rightarrow \quad \frac{L_A}{Y_A r_A^2} = \frac{L_B}{Y_B r_B^2}$$

$\Rightarrow \quad r_A^2 = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}.\frac{Y_B}{Y_A}}.r_B$

$= \sqrt{\frac{2\times2\times4}{3\times7}}\times 2mm$

$= \frac{4}{4.58}\times 2 = 1.7mm$

Gravitation

30. The temperature, at which the root mean square velocity of hydrogen molecules equals their escape velocity from the earth, is closest to

[Boltzmann constant $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K]

Avogadro Number $N_A = 6.02 \times 10^{26}$ /kg

Radius of Earth : 6.4×10^6 m

Gravitational acceleration on Earth = 10 ms^{-2}]

वह तापमान, जिस पर हाइड्रोजन अणु का वर्ग माध्य मूल वेग, पृथ्वी से उसके पलायन वेग के बराबर होगा, का सन्निकट मान है :

[दिया है : बोल्टजमॉन नियतांक $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

आवोगाद्रो संख्या $N_A = 6.02 \times 10^{26}$ /kg

पृथ्वी की त्रिज्या = 6.4×10^6 m

पृथ्वी की गुरूत्वीय त्वरण = 10 ms^{-2}]

(1) 10^4 K (2) 650 K (3) 800 K (4) 3×10^5 K

A. 1

sol. $V_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 11.2\times10^3 m/s$

$\Rightarrow \quad T = \frac{M}{3R}\times(11.2\times10^3)^2$

$= \frac{2\times10^{-3}}{3\times8.3}\times125.44\times10^6 \simeq 10^4 K$