SECTION-I
SINGLE CORRECT CHOICE TYPE

Q.31 to Q.60 has four choices (A), (B), (C), (D) out of which ONLY ONE is correct.

31. The integral $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{dx}{1+\cos x}$ is equal to

समाकलन $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{dx}{1+\cos x}$ बराबर है –

(1) 4 (2) –1 (3) –2 (4) 2

Sol. $\int \frac{dx}{1+\cos x} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{dx}{2\cos^2 \frac{x}{2}}$

$= \tan \frac{x}{2} \Big)_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}$

$= 2$

32. Let $I_n = \int \tan^n x\, dx, (n > 1)$. If $I_4 + I_6 = a \tan^5 x + bx^5 + C$, where C is a constant of integration, then the ordered pair (a, b) is equal to

माना $I_n = \int \tan^n x\, dx, (n > 1)$ है। यदि $I_4 + I_6 = a \tan^5 x + bx^5 + C$ है, जहाँ C एक समाकलन अचर हैं, तो क्रमित युग्म (a, b) बराबर है –

(1) $\left(\frac{1}{5}, -1\right)$ (2) $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ (3) $\left(\frac{1}{5}, 1\right)$ (4) $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$

Sol. $I_4 + I_6 = \int \tan^4(x)\left(1+\tan^2 x\right) dx$

$= \frac{(\tan x)^5}{5} + C$

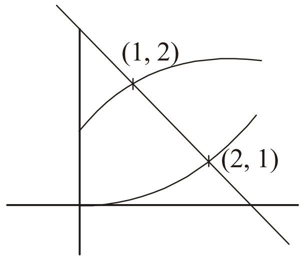
$a = \frac{1}{5}, b = 0$

33. The area (in sq. units) of the region $\{(x, y) : x \geq 0, x + y \leq 3, x^2 \leq 4y \text{ and } y \leq 1 + \sqrt{x}\}$ is

क्षेत्र $\{(x, y) : x \geq 0, x + y \leq 3, x^2 \leq 4y$ तथा $y \leq 1 + \sqrt{x}\}$ का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों) में है –

(1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{59}{12}$ (4) $\frac{3}{2}$

Sol. $\text{Area} = \int_0^1 \left\{\left(1+\sqrt{x}\right) - \frac{x^2}{4}\right\} dx + \int_1^2 \left\{\left(3-x\right) - \frac{x^2}{4}\right\} dx$



$= \frac{5}{2}$

34. A box contains 15 green and 10 yellow balls. If 10 balls are randomly drawn, one-by-one, with replacement, then the variance of the number of green balls drawn is

एक बक्से में 15 हरी तथा 10 पीली गेंदें है। यदि एक–एक करके यादृच्छया, प्रतिस्थापना सहित, 10 गेंदें निकाली जाएँ, तो हरी गेंदों की संख्या का प्रसरण है –

(1) 4 (2) $\frac{6}{25}$ (3) $\frac{12}{5}$ (4) 6

Sol. Binomial prob distribution

$n = 10,\ p = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

$\sigma^2 = np(1-p) = \frac{12}{5}$

35. If $\left(2+\sin x\right)\frac{dy}{dx} + \left(y+1\right)\cos x = 0$ and $y(0) = 1$, then $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ is equal to

यदि $\left(2+\sin x\right)\frac{dy}{dx} + \left(y+1\right)\cos x = 0$ तथा $y(0) = 1$ है, तो $y\left(\frac{\pi}{2}\right)$ बराबर है –

(1) $-\frac{1}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $-\frac{2}{3}$

Sol. $\left(2+\sin x\right)\frac{dy}{dx} = -\left(y+1\right)\cos x$

$\int \frac{dy}{y+1} = -\int \frac{\cos x}{2+\sin x} dx$

$\ln\left(y+1\right) = \ln C - \ln(2+\sin x)$

$y+1 = \frac{C}{2+\sin x}$

$y(0) = 1 \Rightarrow C = 4$

$y+1 = \frac{4}{2+\sin x}$

$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{3}$

36. Let ω be a complex number such that $2\omega + 1 = z$ where $z = \sqrt{-3}$. If $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2 - 1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k$, then k is equal to

माना ω एक सम्मिश्र संख्या ऐसी है कि $2\omega + 1 = z$ जहाँ $z = \sqrt{-3}$ है। यदि $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2 - 1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k$ है, तो k बराबर है –

(1) -1 (2) 1 (3) $-z$ (4) z

Sol. $\omega = \frac{-1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$, $1 + \omega + \omega^2 = 0$, $\omega^3 = 1$

$$3k = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega \end{vmatrix}$$

$R_1 \to R_1 + R_2 + R_3$

then expand

$3k = 3(\omega^2 - \omega)$

$= = -3i\sqrt{3}$

$k = -i\sqrt{3} = -z$

37. Let $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$. Let $\vec{c}$ be a vector such that $|\vec{c} - \vec{a}| = 3$, $\left|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}\right| = 3$ and the angle between $\vec{c}$ and $\vec{a} \times \vec{b}$ be 30°. Then $\vec{a}.\vec{c}$ is equal to

माना $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$ है। माना $\vec{c}$ एक ऐसा सदिश है कि $|\vec{c} - \vec{a}| = 3$, $\left|(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}\right| = 3$ तथा $\vec{c}$ और $\vec{a} \times \vec{b}$ के बीच का कोण 30° है, तो $\vec{a}.\vec{c}$ बराबर है –

(1) 5 (2) $\frac{1}{8}$ (3) $\frac{25}{8}$ (4) 2

Sol. $\vec{a} \times \vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} \Rightarrow \left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = 3$

$\left|\vec{a} \times \vec{b}\right|\left|\vec{c}\right| \sin 30° = 3$

$\left|\vec{c}\right| = 2$

$\left|\vec{c} - \vec{a}\right| = 3$

$c^2 + a^2 - 2\vec{a}.\vec{c} = 9$

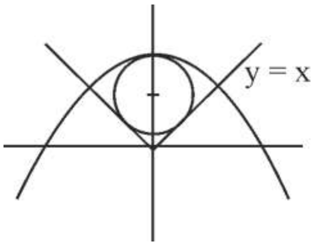
$\vec{c}.\vec{a} = 2$

38. The radius of a circle, having minimum area, which touches the curve $y = 4 - x^2$ and the lines, $y = |x|$ is

न्यूनतम क्षेत्रफल वाले ऐसे वृत, जो वक्र $y = 4 - x^2$ तथा रेखाओं $y = |x|$ को स्पर्श करता है, की त्रिज्या है –

(1) $4(\sqrt{2}-1)$ (2) $4(\sqrt{2}+1)$ (3) $2(\sqrt{2}+1)$ (4) $2(\sqrt{2}-1)$

Sol.



Center will be $(0, 4 - r)$

Distance of $(0, 4 - r)$ from L : $x - y = 0$

radius = r

$$\left|\frac{4-r}{\sqrt{2}}\right| = r$$

$$4 - r = \sqrt{2}r$$

$$r = 4(\sqrt{2}-1)$$

39. If for $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$, the derivative of $\tan^{-1}\left(\frac{6x\sqrt{x}}{1-9x^3}\right)$ is $\sqrt{x}.g(x)$, then g(x) equals :

यदि $x \in \left(0, \frac{1}{4}\right)$ के लिए $\tan^{-1}\left(\frac{6x\sqrt{x}}{1-9x^3}\right)$ का अवकलन $\sqrt{x}.g(x)$ है, तो g(x) बराबर है –

(1) $\frac{3x}{1-9x^3}$ (2) $\frac{3}{1+9x^3}$ (3) $\frac{9}{1+9x^3}$ (4) $\frac{3x\sqrt{x}}{1-9x^3}$

Sol. $f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{6x\sqrt{x}}{1-9x^3}\right) = 2\tan^{-1}\left(3x\sqrt{x}\right)$

$$\Rightarrow \quad f'(x) = \frac{9\sqrt{x}}{1+9x^3} = \sqrt{x}.g(x)$$

$$\Rightarrow \quad g(x) = \frac{9}{1+9x^3}$$

40. If two different numbers are taken from the set {0, 1, 2, 3, ..., 10}; then the probability that their sum as well as absolute difference are both multiple of 4, is

यदि समुच्चय {0, 1, 2, 3, ..., 10} में से दो विभिन्न संख्याएँ निकाली गई, तो उनके योगफल तथा उनके अंतर के निरपेक्ष मान, दोनों के चार के गुणक होने की प्रायिकता है –

(1) $\frac{14}{45}$ (2) $\frac{7}{55}$ (3) $\frac{6}{55}$ (4) $\frac{12}{55}$

Sol. $n(S) = {}^{11}C_2 = 55$

Both will be either from {2, 6, 10} or {0, 4, 8}

Prob. $= \frac{{}^3C_2 + {}^3C_2}{55} = \frac{6}{55}$

41. $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x - \cos x}{(\pi - 2x)^3}$ equals

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x - \cos x}{(\pi - 2x)^3}$ बराबर है –

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{24}$ (4) $\frac{1}{16}$

Sol. $x = \pi/2 + h$

$$\lim_{h=0} \frac{-\tan h + \sin h}{-8h^3} = \lim_{h=0} \frac{\tan h - \sin h}{8h^3} = \frac{1}{16}$$

42. The value of $({}^{21}C_1 - {}^{10}C_1) + ({}^{21}C_2 - {}^{10}C_2) + ({}^{21}C_3 - {}^{10}C_3) + ({}^{21}C_4 - {}^{10}C_4) + \ldots\ldots + ({}^{21}C_{10} - {}^{10}C_{10})$ is

$({}^{21}C_1 - {}^{10}C_1) + ({}^{21}C_2 - {}^{10}C_2) + ({}^{21}C_3 - {}^{10}C_3) + ({}^{21}C_4 - {}^{10}C_4) + \ldots\ldots + ({}^{21}C_{10} - {}^{10}C_{10})$ का मान है –

(1) $2^{20} - 2^9$ (2) $2^{20} - 2^{10}$ (3) $2^{21} - 2^{11}$ (4) $2^{21} - 2^{10}$

Sol. $\left({}^{21}C_0 + {}^{21}C_1 + {}^{21}C_2 + \ldots. + {}^{21}C_{10}\right) - \left({}^{10}C_0 + {}^{10}C_1 + \ldots. + {}^{10}C_{10}\right) - \left({}^{21}C_0 - {}^{10}C_0\right)$

$$\frac{2^{21}}{2} - 2^{10} = 2^{20} - 2^{10}$$

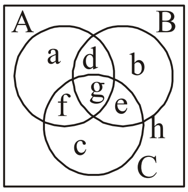
43. For three events A, B and C, P (Exactly one of A or B occurs) = P(Exactly one of B or C occurs) = P(Exactly one of C or A occurs) = $\frac{1}{4}$ and P(All the three events occur simultaneously) = $\frac{1}{16}$.

Then the probability that at least one of the events occurs, is

तीन घटनाओं A, B तथा C के लिए P (A अथवा B में से केवल एक घटित होती है) = P(B अथवा C में से केवल एक घटित होती है) = P(C अथवा A में से केवल एक घटित होती है) = $\frac{1}{4}$ तथा P(सभी तीन घटनाएँ एक साथ घटित होती है) = $\frac{1}{16}$.

तो प्रायिकता कि कम से कम एक घटना घटित हो, है –

(1) $\frac{7}{64}$ (2) $\frac{3}{16}$ (3) $\frac{7}{32}$ (4) $\frac{7}{16}$

Sol. 

$$a + b + e + f = \frac{1}{4}$$

$$b + d + c + f = \frac{1}{4} \qquad g = \frac{1}{16}$$

$$c + e + a + d = \frac{1}{4}$$

Add

$$2(a + b + c + d + e + f) = \frac{3}{4}$$

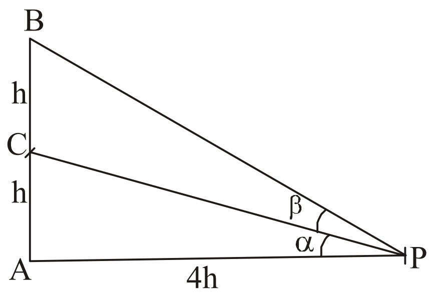
Req. prob. $= a + b + c + d + e + f + g = \frac{3}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$

44. Let a vertical tower AB have its end A on the level ground. Let C be the mid-point of AB and P be a point on the ground such that AP = 2AB. If $\angle BPC = \beta$, then $\tan \beta$ is equal to

माना एक ऊर्ध्वाधर मीनार AB ऐसी है कि उसका सिरा A भूमि पर है। माना AB का मध्य बिन्दु C है तथा भूमि पर स्थित बिन्दु P ऐसा है कि AP = 2AB यदि $\angle BPC = \beta$ है, तो $\tan \beta$ बराबर है –

(1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{6}{7}$ (4) $\frac{1}{4}$

Sol. $\tan \alpha = \frac{1}{4}$



$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow \tan\beta = 2/9$

45. The eccentricity of an ellipse whose centre is at the origin is $\frac{1}{2}$. If one of its directrices is $x = -4$, then the equation of the normal to it at $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ is

एक दीर्घवृत, जिसका केन्द्र मूल बिन्दु पर है, की उत्केन्द्रता $\frac{1}{2}$ है। यदि उसकी एक नियता $x = -4$ है, तो इसके बिन्दु $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ पर उसके अभिलंब का समीकरण है –

(1) $4x + 2y = 7$ (2) $x + 2y = 4$ (3) $2y - x = 2$ (4) $4x - 2y = 1$

Sol. $e = \frac{1}{2}$

$\frac{a}{e} = 4 \qquad \Rightarrow a = 2$

$b^2 = a^2 (1 - e^2)$

$b^2 = 3$

$$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$$

Equation of normal $\frac{a^2x}{x_1}-\frac{b^2y}{y_1}=1$

$$\frac{4x}{1}-\frac{3y}{3/2}=1$$

$4x - 2y = 1$

46. If, for a positive integer n, the quadratic equation, $x(x+1)+(x+1)(x+2)+\ldots\ldots+(x+\overline{n-1})(x+n)=10n$ has two consecutive integral solutions, then n is equal to

यदि किसी धनपूर्णांक n के लिए, द्विघाती समीकरण $x(x+1)+(x+1)(x+2)+\ldots\ldots+(x+\overline{n-1})(x+n)=10n$ के दो क्रमित पूर्णांकीय हल है, तो n बराबर है –

(1) 10 (2) 11 (3) 12 (4) 9

Sol. $\sum_{r=1}^{n}(x+r-1)(x+r)=10n$

$nx^2 + n^2x + \Sigma r(r-1) = 10n$

$nx^2 + n^2x + \frac{n(n^2-1)}{3}=10n$

$x^2 + nx + \frac{n^2-31}{3}=0$

$|\alpha-\beta|=\left|\frac{\sqrt{D}}{a}\right|=1 \quad \Rightarrow n = 11$

47. The following statement $(p \to q) \to [(\sim p \to q) \to q]$ is

(1) equivalent to $p \to \sim q$ (2) a fallacy

(3) a tautology (4) equivalent to $\sim p \to q$

निम्न कथन $(p \to q) \to [(\sim p \to q) \to q]$

(1) $p \to \sim q$ के समतुल्य है (2) एक हेत्वाभास है

(3) एक पुनरूक्ति है (4) $\sim p \to q$ के समतुल्य है

Sol. $\left((-p)\vee q\right)\vee\left((p\vee q)\to q\right)$

$\left((-p)\vee q\right)\vee\left(((-p)\wedge(-q)\vee q)\right)$

tautology

48. The normal to the curve $y(x-2)(x-3) = x + 6$ at the point where the curve intersects the y-axis passes through the point

वक्र $y(x-2)(x-3) = x + 6$ के उस बिन्दु पर, जहाँ वक्र y-अक्ष को काटती है, खींचा गया अभिलंब निम्न में से किस बिन्दु से होकर जाता है ?

(1) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$ (2) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$ (3) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (4) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Sol. Point (0, 1)

$y(x-2)(x-3) = x + 6$

$\left(\frac{dy}{dx}\right)(x-2)(x-3) + (2x-5)y = 1$

Slope of tangent at (0, 1) = 1

Equation of norm.

$y - 1 = -1(x - y)$

$x + y = 1$

49. For any three positive real numbers a, b and c, $9(25a^2 + b^2) + 25(c^2 - 3ac) = 15b(3a + c)$. Then

(1) a, b and c are in A.P. (2) a, b and c are in G.P.

(3) b, c and a are in G.P. (4) b, c and a are in A.P.

किन्हीं तीन धनात्मक वास्तविक संख्याओं a, b तथा c के लिए $9(25a^2 + b^2) + 25(c^2 - 3ac) = 15b(3a + c)$ है, तो –

(1) a, b तथा c समान्तर श्रेढ़ी है (2) a, b तथा c गुणोतर श्रेढ़ी है

(3) b, c तथा a गुणोतर श्रेढ़ी है (4) b, c तथा a समान्तर श्रेढ़ी है

Sol. $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$

$\Rightarrow x = y = z$

$15a = 3b = 5c$

$a = \frac{b}{5} = \frac{c}{3} = \lambda$

$a = \lambda$

$b = 5\lambda$

$c = 3\lambda$

50. If the image of the point P(1, – 2, 3) in the plane, $2x + 3y - 4z + 22 = 0$ measured parallel to the line,

$\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ is Q, then PQ is equal to

यदि बिन्दु P(1, – 2, 3) का समतल $2x + 3y - 4z + 22 = 0$ में वह प्रतिबिंब जो रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ के समांतर है, Q है, तो PQ बराबर है –

(1) $\sqrt{42}$ (2) $6\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{5}$ (4) $2\sqrt{42}$

Sol. Equation of PQ

$\vec{r} = (1,-2,3) + \lambda(1,4,5)$

N$(1 + \lambda, 4\lambda - 2, 3 + 5\lambda)$

$2(1 + \lambda) + 3(4\lambda - 2) - 4(3 + 5\lambda) + 22 = 0$

$6\lambda = 6$

N(2, 2, 8)

$\Rightarrow$ Q(3, 6, 13)

$\Rightarrow$ PQ = $2\sqrt{42}$

51. If 5 $(\tan^2x - \cos^2x) = 2\cos 2x + 9$, then the value of $\cos 4x$ is

यदि 5 $(\tan^2x - \cos^2x) = 2\cos 2x + 9$ है, तो $\cos 4x$ का मान है –

(1) $\frac{2}{9}$ (2) $-\frac{7}{9}$ (3) $-\frac{3}{5}$ (4) $\frac{1}{3}$

Sol. $5\left(\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}\right) - \frac{1+\cos 2x}{2} = 2\cos 2x + 9$

$\Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \cos 4x = 2\cos^2 2x - 1 = -\frac{7}{9}$

52. Let a, b, c $\in$ R. If $f(x) = ax^2 + bx + c$ is such that $a + b + c = 3$ and $f(x + y) = f(x) + f(y) + xy$, $\forall$ x, y $\in$ R, then $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ is equla to

माना a, b, c $\in$ R । यदि $f(x) = ax^2 + bx + c$ ऐसा है कि $a + b + c = 3$ है तथा सभी x, y $\in$ R के लिए $f(x + y) = f(x) + f(y) + xy$ है, तो $\sum_{n=1}^{10} f(n)$ बराबर है –

(1) 190 (2) 255 (3) 330 (4) 165

Sol. $f(1) = 3$

Put y = 1 $f(x + 1) - f(x) = 3 + x$

$(a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c) - (ax^2 + bx + c) = 3 + x$

Comparing coefficients

$a = \frac{1}{2}$ $b = \frac{5}{2}$ $c = 0$

$$f(n) = \frac{n^2 + 5n}{2}$$

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{n^2 + 5n}{2} = 330$$

Alternate Solution :

f(1) = 3
f(2) = f(1) + f(1) + 1 $\Rightarrow$ 3 + 3 + 1 = 7
f(3) = f(2) + f(1) + 2 $\Rightarrow$ 7 + 3 + 2 = 12
f(4) = 18
f(5) = 25
f(6) = 33
f(7) = 42
f(8) = 52
f(9) = 63
f(10) = 75

add = 330

53. The distance of the point (1, 3, –7) from the plane passing through the point (1, – 1, – 1) having normal perpendicular to both the lines $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-4}{3}$ and $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+7}{-1}$ is

एक समतल जो बिन्दु (1, –1, –1) से होकर जाता है तथा जिसका अभिलम्ब दोनों रेखाओं $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-4}{3}$ तथा $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+7}{-1}$ पर लम्ब है, की बिन्दु (1, 3, –7) से दूरी है –

(1) $\frac{5}{\sqrt{83}}$ (2) $\frac{10}{\sqrt{74}}$ (3) $\frac{20}{\sqrt{74}}$ (4) $\frac{10}{\sqrt{83}}$

Sol. Normal vector of plane $=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ 1 & -2 & 3\\ 2 & -1 & -1\end{vmatrix}$

$=5\hat{i}+7\hat{j}+3\hat{k}$

equation of plane $5x + 7y + 3z = -5$

Distance $=\left|\dfrac{5(1)+7(3)+3(-7)+5}{\sqrt{83}}\right|$

$=\dfrac{10}{\sqrt{83}}$

54. If S is the set of distinct values of 'b' for which the following system of linear equations

$x + y + z = 1$

$x + ay + z = 1$

$ax + by + z = 0$

has no solution, then S is

(1) a finite set containing two or more elements (2) a singleton

(3) an empty set (4) an infinite set

यदि S, 'b' की उन विभिन्न मानों का समुच्चय है जिनके लिए निम्न रैखिक समीकरण निकाय

$x + y + z = 1$

$x + ay + z = 1$

$ax + by + z = 0$

का कोई हल नहीं है, तो S :

(1) एक परिमित समुच्चय है जिसमें दो या अधिक अवयव है

(2) एक ही अवयव वाला समुच्चय है

(3) एक रिक्त समुच्चय है

(4) एक अपरिमित समुच्चय है

Sol. $D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & 1\\ a & b & 1\end{vmatrix}=-(a-1)^2=0$

$a = 1$

If $a = 1$ two planes are parallel

So for no solution

Third plane must be parallel

$\Rightarrow b = 1$

55. If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$, then adj $(3A^2 + 12A)$ is equal to

यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$ है, तो adj $(3A^2 + 12A)$ बराबर है –

(1) $\begin{bmatrix} 51 & 84 \\ 63 & 72 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 72 & -63 \\ -84 & 51 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 72 & -84 \\ -63 & 51 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 51 & 63 \\ 84 & 72 \end{bmatrix}$

Sol. $(3A^2 + 12A) = 3A(A + 4I)$

$= \begin{bmatrix} 72 & -63 \\ -84 & 51 \end{bmatrix}$

adj $(3A^2 + 12A) = \begin{bmatrix} 51 & 63 \\ 84 & 72 \end{bmatrix}$

56. A hyperbola passes through the point $P\left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$ and has foci at $(\pm 2, 0)$. Then the tangent to this hyperbola at P also passes through the point

एक अतिपरवलय बिन्दु $P\left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$ से होकर जाता है, तथा उसकी नाभियाँ $(\pm 2, 0)$ पर हैं, तो अतिपरवलय के बिन्दु P पर खींची गई स्पर्श रेखा जिस बिन्दु से होकर जाती है, वह है –

(1) $\left(\sqrt{3}, \sqrt{2}\right)$ (2) $\left(-\sqrt{2}, -\sqrt{3}\right)$ (3) $\left(3\sqrt{2}, 2\sqrt{3}\right)$ (4) $\left(2\sqrt{2}, 3\sqrt{3}\right)$

Sol. $S_1(2, 0)$ $S_2(-2, 0)$

$P\left(\sqrt{2}, \sqrt{3}\right)$

$|PS_1 - PS_2| = 2a = 2$

$a = 1$

$2ae = 4$ $\Rightarrow e = 2$

Equation of hyperbola

$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$

Equation of tangent at P

$\sqrt{2}x - \frac{y}{\sqrt{3}} = 1$

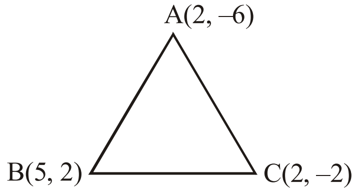
57. Let k be an integer such that the triangle with vertices $(k, -3k)$, $(5, k)$ and $(-k, 2)$ has area 28 sq. units. Then the orthocentre of this triangle is at the point.

माना k एक ऐसा पूर्णांक है कि त्रिभुज, जिसके शीर्ष $(k, -3k)$, $(5, k)$ तथा $(-k, 2)$ हैं, का क्षेत्रफल 28 वर्ग इकाई है, तो त्रिभुज के लम्ब–केन्द्र जिस बिन्दु पर है, वह है –

(1) $\left(1, -\frac{3}{4}\right)$ (2) $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ (3) $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ (4) $\left(1, \frac{3}{4}\right)$

Sol. $\begin{vmatrix} k & -3k & 1 \\ 5 & k & 1 \\ -k & 2 & 1 \end{vmatrix} = \pm 56$

$\Rightarrow k = 2$ (k is an integer)



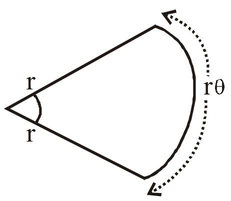
orthocenter $\equiv \left(2, \frac{1}{2}\right)$

58. Twenty meters of wire is available for fencing off a flower-bed inthe form of a circular sector. Then the maximum area (in sq. m) of the fl,ower-bed, is

एक फूलों की क्यारी, जो एक वृत के त्रिज्य खंड के रूप में है, की घेराबंदी करने के लिए बीस मीटर तार उपलब्ध है। तो फूलों की क्यारी का अधिकतम क्षेत्रफल (वर्ग मी. में) है –

(1) 25 (2) 30 (3) 12.5 (4) 10

Sol.



$r + r + r\theta = 20$

$\theta = \frac{20 - 2r}{r}$

$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

$A = \frac{r(20 - r)}{r}$

$\frac{dA}{dr} = 0 \Rightarrow r = 5$

$\Rightarrow \theta = 2$

Area $= \frac{1}{2} r^2 \theta = 25$

59. The function $f : R \to \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ defined as $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$, is

(1) surjective but not injective (2) neither injective nor surjective

(3) invertible (4) injective but not surjective

फलन $f : R \rightarrow \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, जो $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ द्वारा परिभाषित है –

(1) आच्छादी है परन्तु एकैकी नहीं है
(2) न तो आच्छादी और न ही एकैकी है
(3) व्युत्क्रमणीय है
(4) एकैकी है परन्तु आच्छादी नहीं है

Sol. $y = \frac{x}{1+x^2}$

It is many one

Range of f(x) is $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Therefore it will be onto

60. A man X has 7 friends, 4 of them are ladies and 3 are men. His wife Y also has 7 friends, 3 of them are ladies and 4 are men. Assume X and Y have no common friends. Then the total number of ways in which X and Y together can throw a party inviting 3 ladies and 3 men, so that 3 friends of each of X and Y are in this party, is

एक व्यक्ति X के 7 मित्र है, जिनमें 4 महिलाएँ है तथा 3 पुरूष है, उसकी पत्नी Y के भी 7 मित्र हैं, जिनमें 3 महिलाएँ तथा 4 पुरूष है। यह माना गया कि X तथा Y का कोई उभयनिष्ठ मित्र नहीं है। तो उन तरीकों की संख्या जिनमें X तथा Y एक साथ 3 महिलाओं तथा 3 पुरुषों को पार्टी पर बुलाएं कि X तथा Y प्रत्येक के तीन–तीन मित्र आयें है –

(1) 469 (2) 484 (3) 485 (4) 468

Sol.

X		Y		
Man (3)	Ladies(4)	Man(4)	Ladies(3)	No of ways
0	3	3	0	${}^4C_3\ {}^4C_3$
1	2	2	1	${}^3C_1\ {}^4C_2\ {}^4C_2\ {}^3C_1$
2	1	1	2	${}^3C_2\ {}^4C_1\ {}^4C_1\ {}^3C_2$
3	0	0	3	${}^3C_3\ {}^3C_3$

485