JEE Main June 2022

Question Paper With Text Solution

25 June | Shift-1

MATHEMATICS

MATRIX

JEE Main & Advanced | XI-XII Foundation| VI-X Pre-Foundation

Office : Piprali Road, Sikar (Raj.) | Ph. 01572-241911
Website : www.matrixedu.in ; Email : smd@matrixacademy.co.in

JEE MAIN JUNE 2022 | 25TH JUNE SHIFT-1

SECTION – A

Question ID : 101461

Circle

1. Let a circle C touch the lines $L_1 : 4x - 3y + K_1 = 0$ and $L_2 : 4x - 3y + K_2 = 0$, $K_1, K_2 \in R$. If a line passing through the centre of the circle C intersects L_1 at $(-1, 2)$ and L_2 at $(3, -6)$, then the equation of the circle C is :

   माना एक वृत्त C, रेखाओं $L_1 : 4x - 3y + K_1 = 0$ तथा $L_2 : 4x - 3y + K_2 = 0$, $K_1, K_2 \in R$ को स्पर्श करता है। यदि वृत्त C के केन्द्र से होकर जाने वाली एक रेखा, L_1 को $(-1, 2)$ पर तथा L_2 को $(3, -6)$ पर काटती है, तो वृत्त C का समीकरण है :

   (1) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ (2) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

   (3) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$ (4) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

Ans. Official Answer NTA (3)

Sol.

Question ID : 101462

Definite Integration

2. The value of $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x} \sin x}{\left(1+\cos^2 x\right)\left(e^{\cos x}+e^{-\cos x}\right)} dx$ is equal to :

   $\int_0^{\pi} \frac{e^{\cos x} \sin x}{\left(1+\cos^2 x\right)\left(e^{\cos x}+e^{-\cos x}\right)} dx$ का मान बराबर है :

   (1) $\frac{\pi^2}{4}$ (2) $\frac{\pi^2}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

Ans. Official Answer NTA (3)

Sol.

Question ID : 101463

Solution of Triangle

3. Let a, b and c be the length of sides of a triangle ABC such that $\frac{a+b}{7}=\frac{b+c}{8}=\frac{c+a}{9}$ if r and R are the radius of incircle and radius of circumcircle of the triangle ABC, respectively, then the value of $\frac{R}{r}$ is equal to :

माना एक त्रिभुज ABC की भुजाओं की लंबाई a, b तथा c हैं, तथा $\frac{a+b}{7}=\frac{b+c}{8}=\frac{c+a}{9}$ यदि त्रिभुज ABC के अंतवृत्त तथा बाह्यवृत्त की त्रिज्याएँ क्रमशः r तथा R हैं, तो $\frac{R}{r}$ का मान बराबर है :

(1) $\frac{5}{2}$ (2) 2 (3) $\frac{3}{2}$ (4) 1

Ans. Official Answer NTA (1)

Sol.

Question ID : 101464

Function

4. Let $f : N \to R$ be a function such that $f(x + y) = 2f(x) f(y)$ for natural numbers x and y. If $f(1) = 2$, then the value of α for which $\sum_{k=1}^{10} f(\alpha+k)=\frac{512}{3}\left(2^{20}-1\right)$ holds, is :

माना एक फलन $f : N \to R$ इस प्रकार है कि धन पूर्णांकों x तथा y के लिए $f(x + y) = 2f(x) f(y)$ है। यदि $f(1) = 2$ है, तो α का वह मान, जिसके लिए $\sum_{k=1}^{10} f(\alpha+k)=\frac{512}{3}\left(2^{20}-1\right)$ है, है :

(1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 6

Ans. Official Answer NTA (C)

Sol.

Question ID : 101465

Matrices

5. Let A be a 3 × 3 real matrix such that $A\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}; A\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ and $A\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$. If $X=(x_1, x_2, x_3)^T$ and I is an identity matrix of order 3, then the system $(A-2I)X=\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix}$ has :

(1) no solution
(2) infinitely many solutions
(3) unique solution
(4) exactly two solutions

माना A एक 3 × 3 का वास्तविक आव्यूह है, जिसके लिए $A\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}; A\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ तथा $A\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$ है।

यदि $X=(x_1, x_2, x_3)^T$ है तथा I, कोटि 3 का तत्समक आव्यूह है, तो निकाय $(A-2I)X=\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix}$:

(1) कोई हल नहीं है
(2) के अनंत हल हैं
(3) का केवल एक हल है
(4) के मात्र दो हल हैं

Ans. Official Answer NTA (2)

Sol.

Question ID : 101466

Methods of Differentiation

6. Let $f : R \to R$ be definied as

$$f(x) = x^3 + x - 5$$

If g(x) is a function such that $f(g(x)) = x, \forall\, 'x' \in R$, then $g'(63)$ is equal to _____.

माना $f : R \to R$

$f(x) = x^3 + x - 5$

द्वारा परिभाषित है। यदि एक फलन g(x) के लिए $f(g(x)) = x, \forall\, 'x' \in R$ है, तो $g'(63)$ बराबर है _____

(1) $\frac{1}{49}$ (2) $\frac{3}{49}$ (3) $\frac{43}{49}$ (4) $\frac{91}{49}$

Ans. Official Answer NTA (1)

Sol.

Question ID : 101467

Mathematical Reasoning

7. Consider the following two propositions :

P1 : $\sim (p \rightarrow \sim q)$

P2 : $(p \wedge \sim q) \wedge ((\sim p) \vee q)$

If the proposition $p \rightarrow ((\sim p) \vee q)$ is evaluated as False then :

(1) P1 is TRUE and P2 is FALSE (2) P1 is FALSE and P2 is TRUE

(3) Both P1 and P2 are FALSE (4) Both P1 and P2 are TRUE

निम्न दो साध्यों का विचार कीजिए :

P1 : $\sim (p \rightarrow \sim q)$

P2 : $(p \wedge \sim q) \wedge ((\sim p) \vee q)$

यदि साध्य $p \rightarrow ((\sim p) \vee q)$ का मूल्यांकन असत्य किया जाता है, तो :

(1) P1 सत्य है तथा P2 असत्य है (2) P1असत्य है तथा P2 सत्य है

(3) दोनों P1 तथा P2 असत्य हैं (4) दोनों P1 तथा P2 सत्य हैं

Ans. Official Answer NTA (3)

Sol.

Question ID : 101468

Sequence & progression

8. If $\frac{1}{2.3^{10}} + \frac{1}{2^2.3^9} + ... + \frac{1}{2^{10}.3} = \frac{K}{2^{10}.3^{10}}$, then the remainder when K is divided by 6 is :

यदि $\frac{1}{2.3^{10}} + \frac{1}{2^2.3^9} + ... + \frac{1}{2^{10}.3} = \frac{K}{2^{10}.3^{10}}$ है, तो K को 6 से विभाजित करने पर शेषफल है :

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 5

Ans. Official Answer NTA (4)

Sol.

Question ID : 101469

Methods of Differentiation

9. Let f(x) be polynomial function such that $f(x)+f'(x)+f''(x)=x^5+64$. Then, the value of $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}$ is equal to :

माना f(x) एक बहुपद फलन है, जिसके लिए $f(x)+f'(x)+f''(x)=x^5+64$ है। तो $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)}{x-1}$ का मान बराबर है :

(1) –15 (2) –60 (3) 60 (4) 15

Ans. Official Answer NTA (1)

Sol.

Question ID : 101470

Probability

10. Let E_1 and E_2 be two events such that the conditional probabilities $P(E_1|E_2)=\frac{1}{2}$, $P(E_2|E_1)=\frac{3}{4}$ and $P(E_1\cap E_2)=\frac{1}{8}$. Then :

माना दो घटनाएँ E_1 तथा E_2 इस प्रकार है कि सप्रतिबंध प्रायिकताएँ $P(E_1|E_2)=\frac{1}{2}$, $P(E_2|E_1)=\frac{3}{4}$ तथा $P(E_1\cap E_2)=\frac{1}{8}$ है। तो :

(1) $P(E_1\cap E_2)=P(E_1)\cdot P(E_2)$ (2) $P(E'_1\cap E'_2)=P(E'_1)\cdot P(E_2)$

(3) $P(E_1\cap E'_2)=P(E_1)\cdot P(E_2)$ (4) $P(E'_1\cap E_2)=P(E_1)\cdot P(E_2)$

Ans. Official Answer NTA (3)

Sol.

Question ID : 101471

Matrices

11. Let $A=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 2 & 0\end{bmatrix}$. If M and N are two matrices given by $M=\sum_{k=1}^{10}A^{2k}$ and $N=\sum_{k=1}^{10}A^{2k-1}$ then MN^2 is :

(1) a non-identity symmetric matrix

(2) a skew-symmetric matrix

(3) neither symmetric nor skew-symmetric matrix

(4) an identity matrix

माना $A=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 2 & 0\end{bmatrix}$ है। यदि दो आव्यूह M तथा N $M=\sum_{k=1}^{10}A^{2k}$ तथा $N=\sum_{k=1}^{10}A^{2k-1}$ द्वारा दिए गए हैं, तो MN^2 :

(1) एक सममित आव्यूह है, तो तत्समक नहीं है

(2) एक विषम–सममित आव्यूह है

(3) न तो सममित आव्यूह है न ही विषम सममित

(4) एक तत्समक आव्यूह है

Ans. Official Answer NTA (1)

Sol.

Question ID : 101472

Indefinite Integration

12. Let $g:(0,\infty)\to R$ be a differentiable function such that

$$\int\left(\frac{x(\cos x-\sin x)}{e^x+1}+\frac{g(x)\left(e^x+1-xe^x\right)}{\left(e^x+1\right)^2}\right)dx=\frac{xg(x)}{e^x+1}+c$$, for all $x>0$, where c is an arbitrary constant.

Then :

(1) g is decreasing in $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

(2) g' is increasing in $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$

(3) $g+g'$ is increasing in $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

(4) $g-g'$ is increasing in $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$

माना $g:(0,\infty)\to R$ एक अवकलनीय फलन है जिसके लिए

$\int\left(\frac{x(\cos x-\sin x)}{e^x+1}+\frac{g(x)\left(e^x+1-xe^x\right)}{\left(e^x+1\right)^2}\right)dx=\frac{xg(x)}{e^x+1}+c$, सभी $x>0$ के लिए है, जहाँ c एक स्वेच्छ अचर है। तो:

(1) $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ में g ह्रासमान है

(2) $\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$ में g′ वर्धमान है

(3) $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ में $g+g'$ वर्धमान है

(4) $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ में $g-g'$ वर्धमान है

Ans. Official Answer NTA (4)

Sol.

Question ID : 101473

Monotonocity

13. Let $f:R\to R$ and $g:R\to R$ be two functions defined by $f(x)=\log_e(x^2+1)-e^{-x}+1$ and $g(x)=\frac{1-2e^{2x}}{e^x}$.

Then, for which of the following range of α, the inequality $f\left(g\left(\frac{(\alpha-1)^2}{3}\right)\right)>f\left(g\left(\alpha-\frac{5}{3}\right)\right)$ holds?

माना दो फलन $f:R\to R$ तथा $g:R\to R$, $f(x)=\log_e(x^2+1)-e^{-x}+1$ तथा $g(x)=\frac{1-2e^{2x}}{e^x}$ द्वारा परिभाषित हैं।

तो α के निम्न में से किस परिसर (range) के लिए असमिका $f\left(g\left(\frac{(\alpha-1)^2}{3}\right)\right)>f\left(g\left(\alpha-\frac{5}{3}\right)\right)$ संतुष्ट होती है?

(1) (2, 3) (2) (–2, –1) (3) (1, 2) (4) (–1, 1)

Ans. Official Answer NTA (1)

Sol.

Question ID : 101474

Vectors

14. Let $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ $a_i > 0$, i = 1, 2, 3 be vector which makes equal angles with the coordinate axes OX, OY and OZ. Also, Let the projection of $\vec{a}$ on the vector $3\hat{i} + 4\hat{j}$ be 7. Let $\vec{b}$ be a vector obtained by rotating $\vec{a}$ with 90°. If $\vec{a}, \vec{b}$ and x-axis are coplanar, then projection of a vector $\vec{b}$ on $3\hat{i} + 4\hat{j}$ is equal to:
माना सदिश $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ $a_i > 0$, i = 1, 2, 3 निर्देशांक अक्षों OX, OY तथा OZ से बराबर कोण बनाता है। यह भी मान लीजिए कि $\vec{a}$ का सदिश $3\hat{i} + 4\hat{j}$ पर प्रक्षेप 7 है। माना सदिश $\vec{a}$ को 90° घुमाने पर सदिश $\vec{b}$ प्राप्त होता है। यदि $\vec{a}, \vec{b}$ तथा x-अक्ष सह–तलीय हैं, तो एक सदिश $\vec{b}$ का $3\hat{i} + 4\hat{j}$ पर प्रक्षेप बराबर है :

(1) $\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 2 (4) 7

Ans. Official Answer NTA (2)

Sol.

Question ID : 101475

Differential Equation

15. Let y = y(x) be the solution of the differential equation $(x+1)y' - y = e^{3x}(x+1)^2$, with $y(0) = \frac{1}{3}$. Then, the point $x = -\frac{4}{3}$ for the curve y = y(x) is :

(1) not a critical point (2) a point of local minima

(3) a point of local maxima (4) a point of inflection

माना अवकल समीकरण $(x+1)y' - y = e^{3x}(x+1)^2$, $y(0) = \frac{1}{3}$, का हल y = y(x) है। तो वक्र y = y(x) के लिए बिन्दु $x = -\frac{4}{3}$ एक :

(1) क्रांतिक बिन्दु नहीं है (2) स्थानीय निम्ननिष्ठ बिन्दु है

(3) स्थानीय उच्चिष्ठ बिन्दु है (4) नति परिवर्तन बिन्दु है

Ans. Official Answer NTA (2)

Sol.

Question ID : 101476

Parabola

16. If $y = m_1x + c_1$ and $y = m_2x + c_2$, $m_1 \neq m_2$ are two common tangents of circle $x^2 + y^2 = 2$ and parabola $y^2 = x$, then the value of $8|m_1m_2|$ is equal to :

यदि $x^2 + y^2 = 2$ तथा परवलय $y^2 = x$ की दो उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाएँ $y = m_1x + c_1$ तथा $y = m_2x + c_2$, $m_1 \neq m_2$ हैं तो $8|m_1m_2|$ का मान बराबर है :

(1) $3+4\sqrt{2}$ (2) $-5+6\sqrt{2}$ (3) $-4+3\sqrt{2}$ (4) $7+6\sqrt{2}$

Ans. Official Answer NTA (3)

Sol.

Question ID : 101477

3D Geometry

17. Let Q be the mirror image of the point P(1, 0, 1) with respect to the plane S : x + y + z = 5. If a line L passing through (1, –1, –1), parallel to the line PQ meets the plane S at R, then QR^2 is equal to :

माना समतल S : x + y + z = 5 के सापेक्ष बिन्दु P(1, 0, 1) का दर्पण प्रतिबिंब Q है। यदि बिन्दु (1, –1, –1) से होकर जाने वाली तथा रेखा PQ के समांतर रेखा L, समतल S को बिन्दु R पर मिलती है, तो QR^2 बराबर है :

(1) 2 (2) 5 (3) 7 (4) 11

Ans. Official Answer NTA (2)

Sol.

Question ID : 101478

Differential Equation

18. If the solution curve y = y(x) of the differential equation $y^2dx + (x^2 - xy + y^2)dy = 0$, which passes through the point (1, 1) and intersects the line $y = \sqrt{3}x$ at the point $\left(\alpha, \sqrt{3}\alpha\right)$, then value of $\log_e\left(\sqrt{3}\alpha\right)$ is equal to :

यदि अवकल समीकरण $y^2dx + (x^2 - xy + y^2)dy = 0$ का हल वक्र y = y(x) है, जो बिन्दु (1, 1) से होकर जाता है तथा रेखा $y = \sqrt{3}x$ को बिन्दु $\left(\alpha, \sqrt{3}\alpha\right)$ पर काटता है, तो $\log_e\left(\sqrt{3}\alpha\right)$ का मान बराबर है :

(1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{2}$ (3) $\frac{\pi}{12}$ (4) $\frac{\pi}{6}$

Ans. Official Answer NTA (3)

Sol.

Question ID : 101479

Parabola

19. Let $x = 2t$, $y = \frac{t^2}{3}$ be conic. Let S be the focus and B be the point on the axis of the conic such that $SA \perp BA$, where A is any point on the conic. If k is the ordinate of the centroid of the ΔSAB, then $\lim\limits_{t\to 1} k$ is equal to :

माना $x = 2t$, $y = \frac{t^2}{3}$ एक शांकव है। माना शांकव की नाभि S है तथा शांकव के अक्ष पर बिन्दु B इस प्रकार है कि $SA \perp BA$, जहाँ A शांकव पर बिन्दु है। यदि ΔSAB के केन्द्रक की कोटि k है, तो $\lim\limits_{t\to 1} k$ बराबर है :

(1) $\frac{17}{18}$ (2) $\frac{19}{18}$ (3) $\frac{11}{18}$ (4) $\frac{13}{18}$

Ans. Official Answer NTA (4)

Sol.

Question ID : 101480

Complex number

20. Let a circle C in complex plane pass through the points $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 4 + 3i$ and $z_3 = 5i$. If $z(\neq z_1)$ is a point on C such that the line through z and z_1 is perpendicular to the line through z_2 and z_3, then arg(z) is equal to :

माना सम्मिश्र समतल में एक वृत्त C बिन्दुओं $z_1 = 3 + 4i$, $z_2 = 4 + 3i$ तथा $z_3 = 5i$ से होकर जाता है। यदि वृत्त C पर एक बिन्दु $z(\neq z_1)$ इस प्रकार है कि z तथा z_1 से होकर जाने वाली रेखा z_2 तथा z_3 से होकर जाने वाली रेखा के लंबवत है, तो arg(z) बराबर है :

(1) $\tan^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)-\pi$ (2) $\tan^{-1}\left(\frac{24}{7}\right)-\pi$ (3) $\tan^{-1}(3)-\pi$ (4) $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)-\pi$

Ans. Official Answer NTA (2)

Sol.

SECTION – B

Question ID : 101481

Binomial Theorem

21. Let C_r denote the binomial coefficient of x^r in the expansion of $(1 + x)^{10}$. If for $\alpha, \beta \in R$, $C_1 + 3.2\, C_2 + 5.3\, C_3 + ...\text{up 10 terms} = \frac{\alpha \times 2^{11}}{2^{\beta} - 1}\left(C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + ...\text{upto 10 terms}\right)$ then the value of $\alpha + \beta$ is equal to ____.

माना C_r, $(1 + x)^{10}$ के प्रसार में x^r के द्विपद गुणांक को दर्शाता है। यदि $\alpha, \beta \in R$ के लिए, $C_1 + 3.2\, C_2 + 5.3\, C_3 + ...(10 \text{ पदों तक}) = \frac{\alpha \times 2^{11}}{2^{\beta} - 1}\left(C_0 + \frac{C_1}{2} + \frac{C_2}{3} + ...10 \text{ पदों तक}\right)$ है, तो $\alpha + \beta$ का मान बराबर है _____

Ans. Official Answer NTA (286)

Sol.

Question ID : 101482

P & C

22. The number of 3-digit odd numbers, whose sum of digits is a mutliple of 7, is _____.

3-अंको की विषम संख्याओं, जिनके अंकों का योग 7 का गुणज है, की संख्या है _____

Ans. Official Answer NTA (63)

Sol.

Question ID : 101483

Vectors

23. Let θ be the angle between the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, where $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=3$ and $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$. Then $\left|(\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}+\vec{b})\right|^2 + 4(\vec{a}.\vec{b})^2$ is equal to _____.

माना सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच कोण θ है, जहाँ $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=3$ तथा $\theta \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$ है। तो $\left|(\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}+\vec{b})\right|^2 + 4(\vec{a}.\vec{b})^2$ बराबर है _____

Ans. Official Answer NTA (576)

Sol.

Question ID : 101484

Circle

24. Let the abscissae of the two points P and Q be the roots of $2x^2 - rx + p = 0$ and the ordinates of P and Q be the roots of $x^2 - sx - q = 0$. If the equation of the circle described on PQ as diameter is $2(x^2 + y^2) - 11x - 14y - 22 = 0$, then $2r + s - 2q + p$ is equal to _____.

माना दों बिन्दुओं P तथा Q के भुज $2x^2 - rx + p = 0$ के मूल हैं और P तथा Q की कोटि $x^2 - sx - q = 0$ के मूल हैं। यदि PQ को व्यास लेकर खींचे गए वृत्त का समीकरण $2(x^2 + y^2) - 11x - 14y - 22 = 0$ है, तो $2r + s - 2q + p$ बराबर है _____

Ans. Official Answer NTA (7)

Sol.

Question ID : 101485

Trigonometric Equation

25. The number of values of x in the interval $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ for which $14\,\text{cosec}^2x - 2\sin^2x = 21 - 4\cos^2x$ holds, is _____.

अंतराल $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right)$ में x के मानों, जिनके लिए $14\,\text{cosec}^2x - 2\sin^2x = 21 - 4\cos^2x$ है, की संख्या है_____

Ans. Official Answer NTA (4)

Sol.

Question ID : 101486

Quadratic Equation

26. For a natural number n, let $\alpha_n = 19^n - 12^n$. Then, the value of $\frac{31\alpha_9 - \alpha_{10}}{57\alpha_8}$ is _____.

एक धन पूर्णांक n के लिए, माना $\alpha_n = 19^n - 12^n$ है। तो $\frac{31\alpha_9 - \alpha_{10}}{57\alpha_8}$ का मान है _____

Ans. Official Answer NTA (4)

Sol.

Question ID : 101487

Function

27. Let $f : R \to R$ be a function defined by $f(x) = \left(2\left(1 - \frac{x^{25}}{2}\right)\left(2 + x^{25}\right)\right)^{\frac{1}{50}}$. If the function $g(x) = f\left(f\left(f(x)\right)\right) + f\left(f(x)\right)$, then the greatest integer less than or equal or equal to g(1) is _____.

माना फलन $f : R \to R$, $f(x) = \left(2\left(1 - \frac{x^{25}}{2}\right)\left(2 + x^{25}\right)\right)^{\frac{1}{50}}$ द्वारा परिभाषित है। यदि फलन $g(x) = f\left(f\left(f(x)\right)\right) + f\left(f(x)\right)$ है, तो g(1) के बराबर या उससे कम महत्तम पूर्णांक _____है।

Ans. Official Answer NTA (2)

Sol.

Question ID : 101488

Vectors

28. Let the lines

$L_1 \ \vec{r} = \lambda\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right), \lambda \in R$

$L_2 \ \vec{r} = \left(\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}\right) + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}\right); \mu \in R$, intersects at the point S. If a plane $ax + by - z + d = 0$ passes through S and is parallel to both the lines L_1 and L_2, then the value of a + b + d is equal to _____.

माना रेखाएँ

$L_1\ \vec{r} = \lambda\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right), \lambda \in R$

$L_2\ \vec{r} = \left(\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}\right) + \mu\left(\hat{i} + \hat{j} + 5\hat{k}\right); \mu \in R$ बिन्दु S पर काटती हैं। यदि एक समतल $ax + by - z + d = 0$, बिन्दु S से होकर जाता है तथा दोनों रेखाओं L_1 तथा L_2 के समांत है, तो $a + b + d$ का मान बराबर है _____

Ans. Official Answer NTA (5)

Sol.

Question ID : 101489

Matrices

29. Let A be a 3×3 matrix having entries from the set $\{-1, 0, 1\}$. The number of all such matrices A having sum of all the entries equal to 5, is _____.

माना A एक 3×3 आव्यूह है, जिसके अवयव समुच्चय $\{-1, 0, 1\}$ से हैं। इस प्रकार के सभी आव्यूहों A, जिनके सभी अवयवों का योगफल 5 है, की संख्या है _____

Ans. Official Answer NTA (414)

Sol.

Question ID : 101490

Sequence & progression

30. The greatest integer less than or equal to the sum of first 100 terms of the sequence $\frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{19}{27}, \frac{65}{81}, \ldots\ldots$ is equal to _____.

महत्तम पूर्णांक, जो अनुक्रम $\frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{19}{27}, \frac{65}{81}, \ldots\ldots$ के प्रथम 100 पदों के योगफल के बराबर या उससे कम है, है _____

Question ID : 101490

Ans. Official Answer NTA (98)

Sol.