MATHEMATICS

11 JAN. 2019 [SESSION 9.30 AM TO 12.30 PM]

RED COLOUR CONSIDER OFFICIAL ANSWER (JEE-MAIN)

1. If $x\log_e(\log_e x) - x^2 + y^2 = 4\ (y > 0)$, then $\frac{dy}{dx}$ at $x = e$ is equal to :

यदि $x\log_e(\log_e x) - x^2 + y^2 = 4\ (y > 0)$, तो $x = e$ पर $\frac{dy}{dx}$ बराबर है :

(1) $\frac{(1+2e)}{\sqrt{4+e^2}}$ (2) $\frac{(2e-1)}{2\sqrt{4+e^2}}$ (3) $\frac{e}{\sqrt{4+e^2}}$ (4) $\frac{(1+2e)}{2\sqrt{4+e^2}}$

A. 2

S. $x\,ln(ln\,x) - x^2 + y^2 = 4$

$$\frac{4}{3} + \frac{6 \quad 4}{2 \quad 7}$$

$$\frac{1}{ln\,x} + ln(ln\,x) - 2x = -2y\,y'$$

$$y' = \frac{x}{y} - \frac{1}{2y}\left(\frac{1}{\ln x} + \ln(\ln x)\right)$$

$ln\,(1) - e^2 + y^2 = 4$

$y^2 = 4 + e^2$

$y = \sqrt{4+e^2}$

$$y' = \frac{e}{\sqrt{4+e^2}} - \frac{1}{2\sqrt{4+e^2}}(1+0)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2e-1}{\sqrt{4+e^2}}$$

Question ID : 4165299216

Option 1 ID : 41652936325 **Option 2 ID : 41652936322**

Option 3 ID : 41652936323 Option 4 ID : 41652936324

2. The value of the integral $\int_{-2}^{2} \frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right] + \frac{1}{2}} dx$ (where [x] denotes the greatest integer less than or equal to x) is :

समाकल $\int_{-2}^{2} \frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right] + \frac{1}{2}} dx$ (जहाँ [x], x के समान या उससे कम महतम पूर्णांक को दर्शाता है) का मान है :

(1) $4 - \sin 4$ (2) 4 (3) 0 (4) $\sin 4$

A. 3

S. $$\int_0^2\left(\frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}+\frac{\sin^2 x}{\left[\frac{-x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}\right)dx$$

$$\left[\frac{x}{\pi}\right]+\left[\frac{-x}{\pi}\right]=-1$$

$$\left[\frac{-x}{\pi}\right]=-1-\left[\frac{x}{\pi}\right]$$

$$=\int_0^2\left(\frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}+\frac{\sin^2 x}{-\frac{1}{2}-\left[\frac{x}{\pi}\right]}\right)dx$$

$$=\int_0^2\left(\frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}-\frac{\sin^2 x}{\left[\frac{x}{\pi}\right]+\frac{1}{2}}\right)dx=0$$

Question ID : 4165299220

Option 1 ID : 41652936338

Option 2 ID : 41652936340

Option 3 ID : 41652936339

Option 4 ID : 41652936341

3. If $\int\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}dx=A(x)\left(\sqrt{1-x^2}\right)^m+c$, for a suitable chosen integer m and a function A (x), where C is a constant of integration, then $(A(x))^m$ equals :

उपयुक्त पूर्णांक m तथा एक फलन A(x) के लिए यदि $\int\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}dx=A(x)\left(\sqrt{1-x^2}\right)^m+c$, जहाँ C एक समाकलन अचर है, तो $(A(x))^m$ बराबर है :

(1) $\frac{-1}{27x^9}$ (2) $\frac{1}{27x^6}$ (3) $\frac{-1}{3x^3}$ (4) $\frac{1}{9x^4}$

A. 1

S. $$\int\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}dx=A(x)\left(\sqrt{1-x^2}\right)^m+c$$

$$=\int\frac{|x|\sqrt{\frac{1}{x^2}-1}}{x^4}dx$$

$$\frac{1}{x^2}-1=t \Rightarrow \frac{-2}{x^3}=\frac{dt}{dx}$$

Case I : If $x \geq 0$

$$\int \frac{x \times t^{1/2}}{x^4} \times \frac{-x^3}{2} \times dt = \frac{-1}{2} \int t^{1/2} dt$$

$$= \frac{-1}{3} . t^{3/2} + c = \frac{-1}{3}\left(\frac{1}{x^2} - 1\right)^{3/2}$$

$$= \frac{-\left(\sqrt{1-x^2}\right)^3}{3x^3} + c$$

$$A(x) = \frac{-1}{3x^3}$$

$m = 3$

$$(A(x))^m = \frac{-1}{27x^9}$$

Question ID : 4165299219

Option 1 ID : 41652936336

Option 2 ID : 41652936337

Option 3 ID : 41652936335

Option 4 ID : 41652936334

4. Let $A = \begin{pmatrix} 0 & 2q & r \\ p & q & -r \\ p & -q & r \end{pmatrix}$. If $AA^T = I_3$, then $|p|$ is :

माना $A = \begin{pmatrix} 0 & 2q & r \\ p & q & -r \\ p & -q & r \end{pmatrix}$. यदि $AA^T = I_3$, तो $|p|$ बराबर है :

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

A. 4

S. Three columns of A represents three mutually perpendicular vectors of magnitude 1

$$0 + p^2 + p^2 = 1$$

$$2p^2 = 1$$

$$|p| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Question ID : 4165299209

Option 1 ID : 41652936295

Option 2 ID : 41652936297

Option 3 ID : 41652936296

Option 4 ID : 41652936294

5. Let $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 4\hat{k}, \vec{b} = \hat{i} + \lambda\hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} + 4\hat{j} + (\lambda^2 - 1)\hat{k}$ be coplanar vectors. Then the non-zero

vector $\vec{a}\times\vec{c}$ is :

माना $\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}, \vec{b}=\hat{i}+\lambda\hat{j}+4\hat{k}$ तथा $\vec{c}=2\hat{i}+4\hat{j}+(\lambda^2-1)\hat{k}$ समतलीय सदिश हैं, तो शून्येतर सदिश $\vec{a}\times\vec{c}$ है :

(1) $-14\hat{i}+5\hat{j}$ (2) $-14\hat{i}-5\hat{j}$ (3) $-10\hat{i}-5\hat{j}$ (4) $-10\hat{i}+5\hat{j}$

A. 4

S. $\left[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}\right]=0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & \lambda & 4 \\ 2 & 4 & \lambda^2-1 \end{vmatrix}=0$$

$1\left(\lambda^3-\lambda-16\right)-2\left(\lambda^2-1-8\right)+4\left(4-2\lambda\right)=0$

$\lambda^3-\lambda-16-2\lambda^2+18+16-8\lambda=0$

$\lambda^3-2\lambda^2-9\lambda+18=0$

$\lambda=2,3,-3$

$\lambda\neq\pm3\left(\vec{a}\parallel\vec{c}\right)$

$\lambda=2$

$\vec{a}=\hat{i}+2\hat{j}+4\hat{k}$

$\vec{c}=2\hat{i}+4\hat{j}+3\hat{k}$

$$\vec{a}\times\vec{c}=\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix}=-10\hat{i}+5\hat{j}$$

Question ID : 4165299230

Option 1 ID : 41652936381

Option 2 ID : 41652936379

Option 3 ID : 41652936378

Option 4 ID : 41652936380

6. If tangents are drawn to the ellipse $x^2+2y^2=2$ at all points on the ellipse other than its four vertices then the mid points of the tangents intercepted between the coordinate axes lie on the curve :

यदि दीर्घवृत $x^2+2y^2=2$ के चार शीर्षो के अतिरिक्त इसके सभी बिन्दुओं पर स्पर्श रेखायें खींची गई हैं, तो इन स्पर्श रेखाओं के निदेशांक अक्षों के बीच के अंतःखंडों के मध्य बिन्दु निम्न में से किस वक्र पर है ?

(1) $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{4}=1$ (2) $\frac{1}{2x^2}+\frac{1}{4y^2}=1$ (3) $\frac{1}{4x^2}+\frac{1}{2y^2}=1$ (4) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$

A. **2**

S. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$

$P\left(\sqrt{2}\cos\theta,\sin\theta\right)$

$$\frac{x\times\sqrt{2}\cos\theta}{2}+\frac{9\times\sin\theta}{1}=1$$

$$\frac{x\cos\theta}{\sqrt{2}}+y\sin\theta=1$$

$$\Rightarrow\ (\cos\theta)x+\left(\sqrt{2}\sin\theta\right)y-\sqrt{2}=0$$

$$\text{x-intercept}=\left(\frac{\sqrt{2}}{\cos\theta},0\right)$$

$$\text{y-intercept}=\left(0,\frac{1}{\sin\theta}\right)$$

$$\text{mid point}=(h,k)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}\cos\theta},\frac{1}{2\sin\theta}\right)$$

$$h=\frac{1}{\sqrt{2}\cos\theta}\qquad k=\frac{1}{2\sin\theta}$$

$$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}h}\qquad \sin\theta=\frac{1}{2k}$$

$$\frac{1}{2h^2}+\frac{1}{4k^2}=1$$

$$\frac{1}{2x^2}+\frac{1}{4y^2}=1$$

Question ID : 4165299227
Option 1 ID : 41652936368
Option 2 ID : 41652936366
Option 3 ID : 41652936367
Option 4 ID : 41652936369

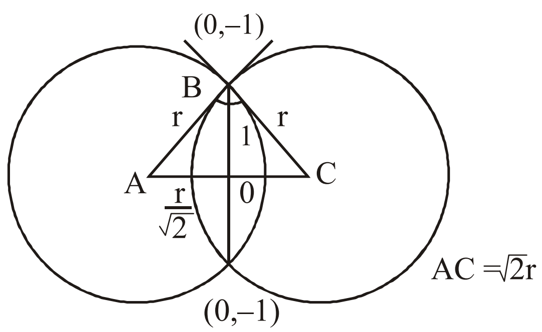
7. Two circles with equal radii are intersecting at the points (0,1) and (0, –1). The tangent at the point (0, 1) to one of the circles passes through the centre of the other circle. Then the distance between the centres of these circles is :

बराबर त्रिज्या के दो वृत, बिन्दुओं (0,1) तथा (0, –1) पर काटते हैं। इनमें से एक वृत के बिन्दु (0, 1) पर स्पर्श रेखा दूसरे वृत के केन्द्र से होकर जाती है, तो इन वृतों के केन्द्रों के बीच की दूरी है :

(1) 2 (2) $2\sqrt{2}$ (3) 1 (4) $\sqrt{2}$

A. **1**

S.



In Δ ABO

$$r^2 = \frac{r^2}{2} + 1$$

$$\frac{r^2}{2} = 1 \Rightarrow r = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

Question ID : 4165299223

Option 1 ID : 41652936352   Option 2 ID : 41652936350

Option 3 ID : 41652936351   Option 4 ID : 41652936353

8. The direction ratios of normal to the plane through the points (0, –1, 0) and (0, 0, 1) and making an angle $\frac{\pi}{4}$ with the plane $y - z + 5 = 0$ are :

बिन्दुओं (0, –1, 0) तथा (0, 0, 1) से होकर जाने वाले तथा समतल $y - z + 5 = 0$ के साथ $\frac{\pi}{4}$ का कोण बनाने वाले समतल के अभिलम्ब के दिक अनुपात है :

(1) $2\sqrt{3}, 1, -1$ (2) 2, –1, 1   (3) $\sqrt{2}, 1, -1$ (4) $2, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

A. **4**

S. $ax + b(y+1) + cz = 0$

(0,0,1)

$b + c = 0$

$$\cos\frac{\pi}{4} = \frac{a \times 0 + b \times 1 + cx - 1}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{b - c}{\sqrt{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$a^2+b^2+c^2 = b^2+c^2 - 2bc$

$\Rightarrow a^2 = -2bc$

$b = -c$

$a^2 = 2c^2$

$\Rightarrow a = \pm\sqrt{2}c$

$(a, b, c) = \left(\pm\sqrt{2}c, -c, c\right)$

$= \left(\pm\sqrt{2}, -1, 1\right)$

$= \left(\sqrt{2}, -1, 1\right)$ or $= \left(-\sqrt{2}, -1, 1\right)$

Question ID : 4165299228

Option 1 ID : 41652936371   Option 2 ID : 41652936372

Option 3 ID : 41652936370   **Option 4 ID : 41652936373**

9. Let [x] denote the greatest integer less than or equal ot x. Then :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan\left(\pi\sin^2 x\right)+\left(|x|-\sin\left(x[x]\right)\right)^2}{x^2}:$$

(1) equals 0 (2) equals $\pi+1$ (3) does not exist (4) equals π

माना [x], x के समान या उससे कम महत्तम पूर्णांक को दर्शाता है, तो

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan\left(\pi\sin^2 x\right)+\left(|x|-\sin\left(x[x]\right)\right)^2}{x^2}:$$

(1) 0 के बराबर है (2) $\pi+1$ के बराबर है (3) का अस्तित्व नहीं है (4) π के बराबर है

A. **3**

S. $$\text{RHL}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan\left(\pi\sin^2 x\right)+\left(|x|-\sin\left(x[x]\right)\right)^2}{x^2}$$

$$\text{RHL}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\tan\left(\pi\sin^2 x\right)+(x)^2}{x^2}$$

$$\text{RHL}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\tan\left(\pi\sin^2 x\right)}{x^2}+1$$

$$\text{RHL}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\tan\left(\pi\sin^2 x\right)}{\pi\sin^2 x}\cdot\frac{\pi\sin^2 x}{x^2}+1=\pi+1$$

$$\text{LHL}=\lim_{x\to 0^-}\pi+\left(\frac{x-\sin x}{x}\right)^2=\lim_{x\to 0^-}\pi+\frac{\left(1-\frac{\sin x}{x}\right)^2}{\pi}=\pi$$

L.H.L $\neq$ R.H.L. (D.N.E.)

Question ID : 4165299215

Option 1 ID : 41652936319

Option 2 ID : 41652936320

Option 3 ID : 41652936321

Option 4 ID : 41652936318

10. The outcome of each of 30 items was observed; 10 items gave an outcome $\frac{1}{2}-d$ each, 10 items gave outcome $\frac{1}{2}$ each and the remaining 10 items gave outcome $\frac{1}{2}+d$ each. If the variance of this outcome data is $\frac{4}{3}$ then |d| equals :

30 आइटम (items) का परिणाम देखा गया; इनमें से 10 आइटम में प्रत्येक ने परिणाम $\frac{1}{2}-d$ दिया, 10 आइटम में प्रत्येक ने परिणाम $\frac{1}{2}$ दिया तथा बाकी 10 आइटम में प्रत्येक ने परिणाम $\frac{1}{2}+d$ दिया। यदि इन आँकड़ों का प्रसरण $\frac{4}{3}$ है, तो |d| बराबर है :

(1) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (2) 2 (3) $\sqrt{2}$ (4) $\frac{2}{3}$

A. **3**

S. Variance is independent of origin solve shift the data by $\left(\frac{1}{2}\right)$

$$\frac{10d^2+10\times(0)^2+10d^2}{30}-(0)^2=\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow d=\sqrt{2}$$

Question ID : 4165299231

Option 1 ID : 41652936384 Option 2 ID : 41652936383

Option 3 ID : 41652936382 Option 4 ID : 41652936385

11. A square is inscribed in the circle $x^2+y^2-6x+8y-103=0$ with its sides parallel to the coordinate axes. Then the distance of the vertex of this square which is nearest to the origin is :

निदेशांक अक्षों के समान्तर भुजाओं का एक वर्ग, वृत $x^2+y^2-6x+8y-103=0$ के अंतर्गत है, तो इस वर्ग का वह शीर्ष जो मूल बिन्दू के सबसे निकट है, कि दूरी है :

(1) 6 (2) 13 (3) $\sqrt{41}$ (4) $\sqrt{137}$

A. **3**

S.

Question ID : 4165299225

Option 1 ID : 41652936358 Option 2 ID : 41652936360

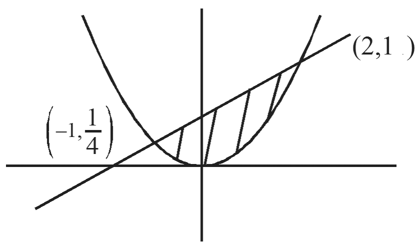
Option 3 ID : 41652936359 Option 4 ID : 41652936361

12. The area (in sq. units) of the region bounded by the curve $x^2=4y$ and the straight line $x=4y-2$ is :

वक्र $x^2=4y$ तथा सरल रेखा $x=4y-2$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है :

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{7}{8}$ (3) $\frac{9}{8}$ (4) $\frac{5}{4}$

A. **3**

S. 

$x^2=4y$

$x=4y-2$

$(4y-2)^2-4y=0$

$16y^2+4-16y-4y=0$

$16y^2-20y+4=0$

$4y^2-5y+6=0$

$4y^2-4y-y+1=0$

$4y(y-1)-1(y-1)=0$

$y = 1,\ y = \frac{1}{4}$

$y = 1\ ;\ x^2 = 4$
$x = \pm 2$

$y = \frac{1}{4}\ ;\ x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$
$x = 2, -1$

$\int_{-1}^{2}\left(\frac{x+2}{4} - \frac{x^2}{4}\right)dx = \frac{9}{8}$

Question ID : 4165299221
Option 1 ID : 41652936342
Option 2 ID : 41652936345
Option 3 ID : 41652936343
Option 4 ID : 41652936344

13. Let $f_k(x) = \frac{1}{k}\left(\sin^k x + \cos^k x\right)$ for $k = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$ Then for all $x \in R$, the value of $f_4(x) - f_6(x)$ is equal to

माना $k = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$ के लिए $f_k(x) = \frac{1}{k}\left(\sin^k x + \cos^k x\right)$ तो सभी $x \in R$ के लिए, $f_4(x) - f_6(x)$ का मान बराबर है

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{-1}{12}$ (3) $\frac{1}{12}$ (4) $\frac{5}{12}$

A. **3**

S. $f_4(x) = \frac{1}{4}\left(\sin^4 x + \cos^4 x\right)$

$= \frac{1}{4}\left(\left(\sin^2 x + \cos^2 x\right)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right)$

$= \frac{1}{4}\left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x\right)$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{8}\sin^2 2x$

$f_6(x) = \frac{1}{6}\left(\sin^6 x + \cos^6 x\right)$

$= \frac{1}{6}\left(\cos^2 x + \sin^2 x\right)\left(\sin^4 x - \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x\right)$

$= \frac{1}{6}\left(1 - 3\sin^2 x \cos^2 x\right) = \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\sin^2 x \cos^2 x$

$= \frac{1}{6} - \frac{1}{8}\sin^2 2x$

$f_4(x) - f_6(x) = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3-2}{12} = \frac{1}{12}$

Question ID : 4165299233

Option 1 ID : 41652936392　　Option 2 ID : 41652936391

Option 3 ID : 41652936390　　Option 4 ID : 41652936393

14. If y(x) is the solution of the differential equation $\frac{dy}{dx}+\left(\frac{2x+1}{x}\right)y=e^{-2x}, x>0$, where $y(1)=\frac{1}{2}e^{-2}$, then :

(1) y(x) is decreasing in (0, 1)　　(2) y(x) is decreasing in $\left(\frac{1}{2},1\right)$

(3) $y(\log_e 2)=\log_e 4$　　(4) $y(\log_e 2)=\frac{\log_e 2}{4}$

यदि अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+\left(\frac{2x+1}{x}\right)y=e^{-2x}, x>0$, $x>0$ का हल y(x) है, जहाँ $y(1)=\frac{1}{2}e^{-2}$, तो :

(1) (0, 1) में y(x) ह्रासमान है।　　(2) $\left(\frac{1}{2},1\right)$ में y(x) ह्रासमान है।

(3) $y(\log_e 2)=\log_e 4$　　(4) $y(\log_e 2)=\frac{\log_e 2}{4}$

A. **2**

S. $\frac{dy}{dx}+\left(\frac{2x+1}{x}\right)y=e^{-2x}$

I.F. = $e^{\int\left(\frac{2x+1}{x}\right)dx} = x.e^{2x}$

$y.\left(x.e^{2x}\right)=\int e^{-2x}.xe^{2x}dx$

$y.\left(xe^{2x}\right)=\frac{x^2}{2}+c$

$2xye^{2x}=x^2+2c$

$\left(1,\frac{1}{2}e^{-2}\right)$　　　$c=0$

$y=\frac{xe^{-2x}}{2}$

$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2}\left[-2x.e^{-2x}+e^{-2x}\right]$

$=\frac{1}{2}e^{-2x}(1-2x)$

Decreases in $\left(\frac{1}{2},1\right)$

Question ID : 4165299222

Option 1 ID : 41652936348　　**Option 2 ID : 41652936349**

Option 3 ID : 41652936347　　Option 4 ID : 41652936346

15. Let $\left(-2-\frac{1}{3}i\right)^3 = \frac{x+iy}{27}(i=\sqrt{-1})$, where x and y are real numbers, then y-x equals :

माना $\left(-2-\frac{1}{3}i\right)^3 = \frac{x+iy}{27}(i=\sqrt{-1})$, जहाँ x तथा y वास्तविक संख्यायें हैं, तो y-x बराबर है :

(1) - 85 (2) 85 (3) - 91 (4) 91

A. 4

S. $\left(-2-\frac{1}{3}i\right)^3 = \frac{x+iy}{27}$

$\frac{-198-107i}{27} = \frac{x+iy}{27}$

$x=-198$

$y=-107$

$y-x=-107+198=91$

Question ID : 4165299208

Option 1 ID : 41652936293 Option 2 ID : 41652936291

Option 3 ID : 41652936292 **Option 4 ID : 41652936290**

16. The plane containing the line $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{3}$ and also containing its projection on the plane 2x + 3y - z = 5, contains which one of the following points ?

समतल, जिसमें रेखा $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{3}$ अन्तर्विष्ट है तथा इस रेखा का समतल 2x + 3y - z = 5 पर प्रक्षेप भी अन्तर्विष्ट है, पर निम्न में से कौन सा बिन्दु स्थित है ?

(1) (2, 0, -2) (2) (0, -2, 2) (3) (2, 2, 0) (4) (-2, 2, 2)

A. 1

S. $\vec{n}=\left(2\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}\right)x\left(2\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}\right)$

$$=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \hat{i}(-8)-\hat{j}(-8)+\hat{k}(8)$$

$=-8\hat{i}+8\hat{j}+8\hat{k}$

$-8(x-3)+8(y+2)+8(z-1)=0$

$-x+3+y+1+z-1=0$

$x-y-z-3=0$

Question ID : 4165299229

Option 1 ID : 41652936375 Option 2 ID : 41652936374

Option 3 ID : 41652936376 Option 4 ID : 41652936377

17. The maximum value of the function $f(x)=3x^3-18x^2+27x-40$ on the set $S=\left\{x\in R : x^2+30\le 11x\right\}$ is :

समुच्चय $S=\{x\in R : x^2+30\le 11x\}$ पर फलन $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 27x - 40$ का अधिकतम मान है :

(1) 222 (2) -222 (3) -122 (4) 122

A. 4

S. $f(x) = 3x^3 - 18x^2 + 27x - 40$

$f(x) = 9x^2 - 36x + 27$

$= 9(x^2 - 4x + 3)$

$= 9(x-1)(x-3)$

$$\underset{}{+}\quad\underset{1}{\rule{3em}{0.4pt}}\quad - \quad\underset{3}{\rule{3em}{0.4pt}}\quad +$$

$f(x)\uparrow$ in $(-\infty, 1)(3, \infty)$

$x^2 - 11x + 30 \le 0$

$(x-6)(x-5) \le 0$

$x \in [5,6]$

$f(x)\uparrow \text{in } x \in [5,6]$

$f(6) = 3\times 6^3 - 18\times 6^2 + 27\times 6 - 40$

$= 648 - 648 + 162 - 40 = 122$

Question ID : 4165299218

Option 1 ID : 41652936332 Option 2 ID : 41652936333

Option 3 ID : 41652936331 **Option 4 ID : 41652936330**

18. Equation of a common tangent to the parabola $y^2 = 4x$ and the hyperbola $xy = 2$ is :

परवलय $y^2 = 4x$ तथा अतिपरवलय $xy = 2$ की एक उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण है :

(1) $x + 2y + 4 = 0$ (2) $x + y + 1 = 0$ (3) $x - 2y + 4 = 0$ (4) $4x + 2y + 1 = 0$

A. 1

S. $xy = 2$

$$\left(\sqrt{2}t, \frac{\sqrt{2}}{t}\right)$$

$$\sqrt{2}xt + \frac{\sqrt{2}y}{t} = 4$$

$$\sqrt{2}t^2x + \sqrt{2}y = 4t$$

$$t^2x + y = 2\sqrt{2}t$$

$$y^2 = 4x$$

$$y = mx + \frac{1}{m}$$

$$my = m^2x + 1$$

$$m^2x - my + 1 = 0$$

$$t^2x + y - 2\sqrt{2}t = 0$$

$$\frac{m^2}{t^2} = -\frac{m}{1} = \frac{-1}{2\sqrt{2}t}$$

$$m = -t^2 \qquad\qquad m = \frac{1}{2\sqrt{2}t}$$

$$-t^2 = \frac{1}{2\sqrt{2}t}$$

$$-t^3 = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \; t = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{x}{2} + y = -2$$

$$\Rightarrow x + 2y + 4 = 0$$

Question ID : 4165299226

Option 1 ID : 41652936365

Option 2 ID : 41652936363

Option 3 ID : 41652936362

Option 4 ID : 41652936364

19. The sum of an infinite geometric series with positive terms is 3 and the sum of the cubes of its terms is $\frac{27}{19}$. Then the common ratio of this series is :

धन पदों की एक अनन्त गुणोत्तर श्रेणी का योग 3 है तथा इसके पदों के घनों (cubes) का योग $\frac{27}{19}$ है, तो इस श्रेणी का सार्व अनुपात है :

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{2}{9}$

A. 3

S. $$\frac{a}{1-r} = 3$$

$$\frac{a^3}{1-r^3} = \frac{27}{19}$$

$$r = \frac{2}{3}$$

Question ID : 4165299213

Option 1 ID : 41652936312

Option 2 ID : 41652936310

Option 3 ID : 41652936313

Option 4 ID : 41652936311

20. The sum of the real values of x for which the middle term in the binomial expansion of $\left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{x}\right)^8$ equals 5670 is :

x के उन वास्तविक मानों जिनकें लिए $\left(\frac{x^3}{3}+\frac{3}{x}\right)^8$ के द्विपद प्रसार का मध्य पद 5670 है, का योग है :

(1) 8 (2) 4 (3) 0 (4) 6

A. 3

S. $T_5 = {}^8C_4\left(\frac{x^3}{3}\right)^4 \times \left(\frac{3}{x}\right)^4 = 5670$

$x = \pm\sqrt{3}$

sum = 0

Question ID : 4165299211

Option 1 ID : 41652936305
Option 2 ID : 41652936303
Option 3 ID : 41652936302
Option 4 ID : 41652936304

21. Two integers are selected at random from the set $\{1, 2, ..., 11\}$. Given that the sum of selected numbers is even, the conditional probability that both the numbers are even is :

समुच्चय {1, 2,........, 11} से दो पूर्णांक यादृच्छिक लिए गये हैं। दिया है कि ली गई संख्याओं का योग सम है, दोनों संख्याओं के सम होने की सप्रतिबंध (conditional) प्रायिकता है :

(1) $\frac{7}{10}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{3}{5}$

A. 2

S. Either both the no's are odd or even

$= {}^5C_2 + {}^6C_2$

$P = \frac{{}^5C_2}{{}^5C_2 + {}^6C_2} = \frac{2}{5}$

Question ID : 4165299232

Option 1 ID : 41652936389
Option 2 ID : 41652936386
Option 3 ID : 41652936387
Option 4 ID : 41652936388

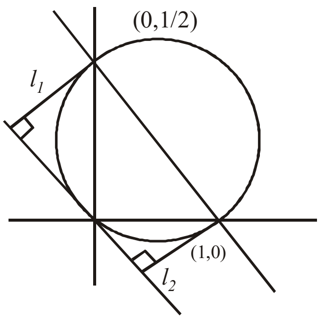
22. The straight line $x + 2y = 1$ meets the coordinate axes at A and B. A circle is drawn through A, B and the origin. Then the sum of perpendicular distances from A and B on the tangent to the circle at the origin is :

सरल रेखा $x + 2y = 1$ निदेशांक अक्षों को A तथा B पर काटती है। मूल बिन्दु, A तथा B से होकर जाने वाला वृत खींचा गया है, तो मूल बिन्दु पर वृत की स्पर्श रेखा की A तथा B से लम्बवत दूरियों का योग है :

(1) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (3) $2\sqrt{5}$ (4) $4\sqrt{5}$

A. 1

S.



$(x-1)(x-0)+(y-0)(y-1/2)=0$

Tangent $\Rightarrow$ $2x+y=0$

$$l_1=\left|\frac{1/2}{\sqrt{5}}\right|=\frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$l_2=\left|\frac{2}{\sqrt{5}}\right|=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$l_1+l_2=\frac{1}{2\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{5}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Question ID : 4165299224

Option 1 ID : 41652936357 | Option 2 ID : 41652936355

Option 3 ID : 41652936356 | Option 4 ID : 41652936354

23. If q is false and $p \wedge q \leftrightarrow r$ is true, then which one of the following statements is a tautology ?

यदि q असत्य है तथा $p \wedge q \leftrightarrow r$ सत्य है, तो निम्न में से कौन सा कथन एक पुनरूक्ति (tautology) है ?

(1) $(p \vee r) \rightarrow (p \wedge r)$ (2) $p \wedge r$ (3) $(p \wedge r) \rightarrow (p \vee r)$ (4) $p \vee r$

A. 3

S. Given q is F and $(p \wedge q) \leftrightarrow r$ is T

$\Rightarrow$ $p \wedge q$ is F which implies that r is F

$\Rightarrow$ q is F and r is F

$\Rightarrow (p \wedge r)$ is always F

$\Rightarrow (p \wedge r) \Rightarrow (p \vee r)$ is tautology

Question ID : 4165299235

Option 1 ID : 41652936401 | Option 2 ID : 41652936398

Option 3 ID : 41652936400 | Option 4 ID : 41652936399

24. The value of r for which ${}^{20}C_r\,{}^{20}C_0 + {}^{20}C_{r-1}\,{}^{20}C_1 + {}^{20}C_{r-2}\,{}^{20}C_2 + \ldots\ldots + {}^{20}C_0\,{}^{20}C_r$ is maximum, is :

r का वह मान, जिसके लिए ${}^{20}C_r\,{}^{20}C_0 + {}^{20}C_{r-1}\,{}^{20}C_1 + {}^{20}C_{r-2}\,{}^{20}C_2 + \ldots\ldots + {}^{20}C_0\,{}^{20}C_r$ अधिकतम है, है :

(1) 20 (2) 11 (3) 10 (4) 15

A. 1

S. ${}^{20}C_r\,{}^{20}C_0 + {}^{20}C_{r-1}\,{}^{20}C_1 + {}^{20}C_{r-2}\,{}^{20}C_2 + \ldots\ldots + {}^{20}C_0\,{}^{20}C_r = {}^{40}C_r$

this is maximum when $r = 20$

Question ID : 4165299214

Option 1 ID : 41652936317 Option 2 ID : 41652936314

Option 3 ID : 41652936316 Option 4 ID : 41652936315

25. If one real root of the quadratic equation $81x^2+kx+256=0$ is cube of the other root, then a value of k is :

यदि द्विघात समीकरण $81x^2 + kx + 256 = 0$ का एक मूल दूसरे मूल का घन (cube) है, तो k का एक मान है :

(1) 144 (2) -81 (3) -300 (4) 100

A. 3

S. $81x^2 + kx + 256 = 0 \begin{cases} \alpha \\ \alpha^3 \end{cases}$

$$\alpha.\alpha^3 = \frac{256}{81}$$

$$\alpha^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^4$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{4}{3} \qquad \text{Sum of roots} = -\frac{k}{81} = \frac{4}{3} + \frac{64}{27}$$

k= –300

Question ID : 4165299207

Option 1 ID : 41652936288 Option 2 ID : 41652936289

Option 3 ID : 41652936286 Option 4 ID : 41652936287

26. If the system of linear equations

$2x + 2y + 3z = a$

$3x - y + 5z = b$

$x - 3y + 2z = c$

Where a, b, c are non-zero real numbers, has more than one solution, then :

यदि रैखिक समीकरण निकाय

$2x + 2y + 3z = a$

$3x - y + 5z = b$

$x - 3y + 2z = c$

जहाँ a, b, c शून्येतर वास्तविक संख्यायें हैं, के एक से अधिक हल हैं, तो :

(1) $a + b + c = 0$ (2) $b - c - a = 0$ (3) $b + c - a = 0$ (4) $b - c + a = 0$

A. 2

S. $P_1 + P_3 = P_2$

$\therefore\ a + c = b$

Question ID : 4165299210

Option 1 ID : 41652936301 **Option 2 ID : 41652936300**

Option 3 ID : 41652936298 Option 4 ID : 41652936299

27. Let $a_1, a_2, \ldots\ldots.a_{10}$ be a G. P. If $\frac{a_3}{a_1} = 25$, then $\frac{a_9}{a_5}$ equals :

माना $a_1, a_2, ...a_{10}$ एक गुणोतर श्रेढ़ी है। यदि $\frac{a_3}{a_1} = 25$, तो $\frac{a_9}{a_5}$ बराबर है:

(1) $4(5^2)$ (2) 5^3 (3) 5^4 (4) $2(5^2)$

A. 3

S. a ar ar^2 .... ar9

$$\frac{ar^2}{a} = 25 \quad \Rightarrow \quad r = \pm 5$$

$$\frac{ar^8}{ar^4} = r^4 = 5^4$$

Question ID : 4165299212

Option 1 ID : 41652936307 Option 2 ID : 41652936308

Option 3 ID : 41652936309 Option 4 ID : 41652936306

28. In a triangle, the sum of lengths of two sides is x and the product of the lengths of the same two sides is y. If $x^2 - c^2 = y$, where c is the length of the third side of the triangle, then the circumradius of the triangle is :

एक त्रिभुज की दो भुजाओं की लम्बाई का योग x है और इन्हीं दो भुजाओं की लम्बाई का गुणनफल y है। यदि $x^2 - c^2 = y$, जहाँ c त्रिभुज की तीसरी भुजा की लम्बाई है, तब त्रिभुज के परिवृत की त्रिज्या है :

(1) $\frac{y}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{3}{2}y$ (3) $\frac{c}{3}$ (4) $\frac{c}{\sqrt{3}}$

A. 4

S. $a + b = x$

$x^2 - c^2 = y$

$(a + b)^2 - c^2 = ab$

$(a + b + c)(a + b - c) = ab$

$a^2 + b^2 - c^2 = -ab$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{-1}{2}$$

$$\cos C = -\frac{1}{2}$$

$$C = \frac{2\pi}{3}$$

$$R = \frac{c}{2\sin C} = \frac{c}{\sqrt{3}}$$

Question ID : 4165299234

Option 1 ID : 41652936396 Option 2 ID : 41652936397

Option 3 ID : 41652936394 **Option 4 ID : 41652936395**

29. Let $f : R \to R$ be defined by $f(x) = \frac{x}{1+x^2}, x \in R$. Then the range of f is :

माना $f : R \to R,\ f(x) = \frac{x}{1+x^2}, x \in R$ द्वारा परिभाषित किया गया है, तो f का परिसर है :

(1) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ (2) R - [-1, 1] (3) (-1, 1) - {0} (4) $R - \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

A. 1

S. $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$

$y + x^2y = x$

$x^2y - x + y = 0$

$D \geq 0$

$1 - 4y^2 \geq 0$

$4y^2 - 1 \leq 0$

$y \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$

Question ID : 4165299206

Option 1 ID : 41652936285 Option 2 ID : 41652936283

Option 3 ID : 41652936284 Option 4 ID : 41652936282

30. Let $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \leq x < 0 \\ x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ and $g(x) = |f(x)| + f(|x|)$. Then, in the interval (-2, 2), g is :

(1) not differentiable at two points (2) differentiable at all points

(3) not continuous (4) not differentiable at one point

माना $f(x) = \begin{cases} -1, & -2 \leq x < 0 \\ x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ तथा $g(x) = |f(x)| + f(|x|)$, तो अंतराल (-2, 2) में g :

(1) दो बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं है। (2) सभी बिन्दुओं पर अवकलनीय है।

(3) संतत नहीं है। (4) एक बिन्दु पर अवकलनीय नहीं है।

A. 4

S. $f(x) = \begin{cases} -1 & -2 \leq x < 0 \\ x^2 - 1 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$

$g(x) = |f(x)| + f(|x|)$

$|f(x)| = \begin{cases} +1 & -2 \leq x < 0 \\ 1 - x^2 & 0 \leq x < 1 \\ x^2 - 1 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

$f|x| = \{x^2 - 1 \quad -2 \leq x \leq 2$

$g(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 2x^2 - 2 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

not differentiable at 1

Question ID : 4165299217

Option 1 ID : 41652936328

Option 2 ID : 41652936329

Option 3 ID : 41652936326

Option 4 ID : 41652936327