MATHEMATICS
10 Jan. 2019 [Session : 9 : 30 AM to 12 : 30 PM]
JEE MAIN PAPER ONLINE
RED COLOUR CONSIDER OFFICIAL ANSWER IN (JEE-MAIN)

1. The plane passing through the point (4, –1, 2) and parallel to the lines $\frac{x+2}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$ and $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-4}{3}$ also passes through the point:

बिंदु (4, –1, 2) से होकर जाने वाले समतल जो रेखाओं $\frac{x+2}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$ तथा $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-4}{3}$ के समांतर है, निम्न में से जिस बिन्दु से भी होकर जाता है वह है।

(1) (1, 1, – 1) (2) (–1, –1, 1) (3) (–1, –1, –1) (4) (1, 1, 1)

A. 4

Sol. Eqaution of plane $\begin{vmatrix} x-4 & y+1 & z-2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$

$x + y - z - 1 = 0$ Check Option

(1, 1, 1)

Question ID : 4165299408

Option 1 ID : 41652937091

Option 2 ID : 41652937093

Option 3 ID : 41652937092

Option 4 ID : 41652937090

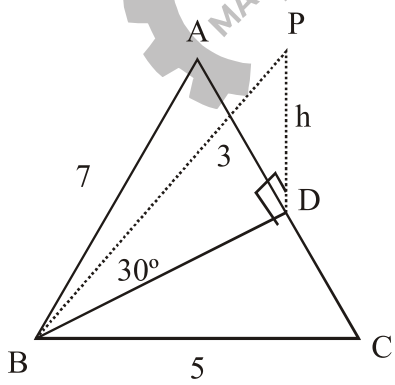
2. Consider a triangular plot ABC with sides AB = 7 m, BC = 5 m and CA = 6 m. A vertical lamp-post at the mid point D of AC subtends and angle 30° at B. The height (in m) of the lamp-post is:

एक त्रिभुजाकार प्लाट ABC पर विचार कीजिए, जिसकी भुजाएँ AB = 7 m, BC = 5 m तथा CA = 6m है।AC के मध्य बिंदु D पर स्थित एक सीधा लैप्प–पोस्ट, B पर 30° का कोण अंतरित करता है। लैम्प–पोस्ट की (मीटरों में) ऊँचाई है :

(1) $\frac{3}{2}\sqrt{21}$ (2) $2\sqrt{21}$ (3) $7\sqrt{3}$ (4) $\frac{2}{3}\sqrt{21}$

A. 4

Sol.



IN ΔBDP

$\tan 30^\circ = \frac{h}{BD}$

$BD = h\sqrt{3}$

MATRIX

cos C in ΔABC and BCD

$$\cos C = \frac{5^2+6^2-7^2}{2.5.6} = \frac{5^2+3^2-(h\sqrt{3})^2}{2.5.3}$$

$$\frac{12}{6} = \frac{34-3h^2}{3}$$

$3h^2 = 28$

$$h = \sqrt{\frac{28}{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{21}$$

Question ID : 4165299414

Option 1 ID : 41652937114 Option 2 ID : 41652937116

Option 3 ID : 41652937115 **Option 4 ID : 41652937117**

3. Let A be a point on the line $\vec{r} = (1-3\mu)\hat{i} + (\mu-1)\hat{j} + (2+5\mu)\hat{k}$ and B(3, 2, 6) be a point in the space. Then the value of μ for which the vector $\overrightarrow{AB}$ is parallel to the plane x - 4y + 3z = 1 is :

माना A रेखा $\vec{r} = (1-3\mu)\hat{i} + (\mu-1)\hat{j} + (2+5\mu)\hat{k}$ पर स्थित एक बिंदु है तथा B(3, 2, 6) एक अन्य बिंदु है, तो μ का वह मान जिसके लिए सदिश $\overrightarrow{AB}$ समतल x - 4y + 3z = 1 के समांतर है, है :

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{4}$

A. 1

Sol. $\overrightarrow{AB} = (2+3\mu)\hat{i} + (3-\mu)\hat{j} + (4-5\mu)\hat{k}$

$\vec{n} = \hat{i} - 4\hat{j} + 3\hat{k}$

$\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}$ $\overrightarrow{AB}.\vec{n} = 0$

$2 + 3\mu - 4\ (3-\mu) + 3\ (4-5\mu) = 0$

$\mu = \frac{1}{4}$

Question ID : 4165299409

Option 1 ID : 41652937096 Option 2 ID : 41652937094

Option 3 ID : 41652937097 **Option 4 ID : 41652937095**

4. An unbiased coin is tossed. If the outcome is a head then a pair of unbiased dice is rolled and the sum of the numbers obtained on them is noted. If the toss of the coin results in tail then a card from a well-shuffled pack of nine cards numbered 1, 2, 3, ...,9 is randomly picked and the number on the card is noted. The probablity that the noted number is either 7 or 8 is:

एक अनभिनत (unbiased) सिक्के को उछाला जाता है। चित्त आने पर अनभिनत पासों के एक युग्म को उछाला जाता है। तथा उन पर आई संख्याओं का योग नोट किया जाता है। यदि सिक्के पर पट् आता है, तो 9 कार्डों जिन पर संख्याए 1, 2, 3, ...,9 अंकित हैं, की एक अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्डी में से एक कार्ड निकाल कर उस पर आई संख्या नोट की जाती है। इस प्रकार नोट की गई संख्या के 7 अथवा 8 होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{13}{36}$ (2) $\frac{15}{72}$ (3) $\frac{19}{72}$ (4) $\frac{19}{36}$

A. 3

Sol. Sum $\xrightarrow{1/2}$ H $\rightarrow$ Sum 7 or 8 $\Rightarrow \frac{11}{36}$

Sum $\xrightarrow{1/2}$ T $\rightarrow$ Number is 7 or 8 $= \frac{2}{9}$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{11}{36} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{19}{72}$$

Question ID : 4165299412

Option 1 ID : 41652937109 Option 2 ID : 41652937108

Option 3 ID : 41652937107 Option 4 ID : 41652937106

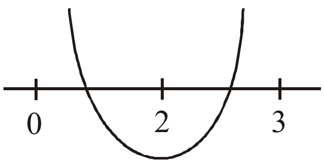
5. Consider the quadratic equation $(c - 5)x^2 - 2cx + (c - 4) = 0, c \neq 5$. Let S be the set of all integral values of c for which one root of the equation lies in the interval (0, 2) and its other root lies in the interval (2, 3). Then the number of elements in S is :

द्विघातीय समीकरण $(c - 5)x^2 - 2cx + (c - 4) = 0, c \neq 5$ पर विचार कीजिए। माना S, c के उन सभी पूर्णांकीय मानों, जिनके लिए समीकरण का एक मूल अंतराल (0, 2) में है तथा इसका दूसरा मूल अंतराल (2, 3) में है, का समुच्चय है, तो S के अवयवों की संख्या है :

(1) 11 (2) 10 (3) 12 (4) 18

A. 1

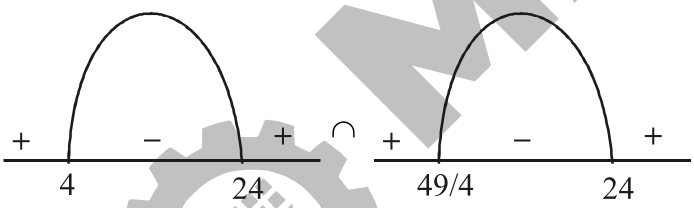
Sol.



$f(x) = (c - 5)x^2 - 2cx + c - 4$

$f(0) . f(2) < 0$ .... (1) & $f(2) . f(3) < 0$

$(c - 4)(c - 24) < 0$ & $(c - 24)(4c - 49) < 0$



$c \in \left(\frac{49}{4}, 24\right) = 13, 14, \ldots\ldots 23$

No of I = 11

Question ID : 4165299388

Option 1 ID : 41652937012 Option 2 ID : 41652937013

Option 3 ID : 41652937011 Option 4 ID : 41652937010

6. If the third term in the binomial expansion of $\left(1 + x^{\log_2 x}\right)^5$ equals 2560, then a possible value of x is:

यदि $\left(1 + x^{\log_2 x}\right)^5$ के द्विपद प्रसार में तीसरा पद 2560 के बराबर है, तो x का एक सम्भव मान है :

(1) $2\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{2}$ (3) $\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{4}$

A. 4

Sol. $\left(1+x^{\log_2 x}\right)^5$

$T_3 = 2560$

$r = 2$

$^5C_2\,(1)\,\left(x^{\log_2 x}\right)^2 = 2560$

$x^{2\log_2 x} = 256$

$2\left(\log_2 x\right)^2 = \log_2 256$

$\left(\log_2 x\right)^2 = (2)^2$

$\log_2 x = \pm 2$

$x = 4, \dfrac{1}{4}$

Question ID : 4165299392

Option 1 ID : 41652937028

Option 2 ID : 41652937029

Option 3 ID : 41652937026

Option 4 ID : 41652937027

7. If the line $3x + 4y - 24 = 0$ intersects the x-axis at the point A and the y-axis at the point B, then the incentre of the triangle OAB, where O is the origin, is:

यदि रेखा $3x + 4y - 24 = 0$ x-अक्ष को बिंदु A तथा y-अक्ष को बिंदु B पर काटती है, तो त्रिभुज OAB, जहाँ O मूलबिंदु है, का अन्तः केंद्र है:

(1) (4, 4)

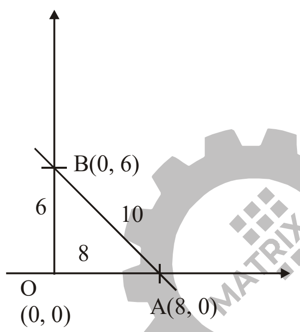
(2) (3, 4)

(3) (4, 3)

(4) (2, 2)

A. 4

Sol. $3x + 4y - 24 = 0$



$$I = \left(\frac{8\times 6+0+0}{6+8+10}, \frac{0+8\times 6+0}{++8+10}\right)$$

$I = (2, 2)$

Question ID : 4165299403

Option 1 ID : 41652937073

Option 2 ID : 41652937072

Option 3 ID : 41652937070

Option 4 ID : 41652937071

8. Let $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda_1\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} + (3-\lambda_2)\hat{j} + 6\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + 6\hat{j} + (\lambda_3 - 1)\hat{k}$ be three vectors such that $\vec{b} = 2\vec{a}$ and $\vec{a}$ is perpendicular to $\vec{c}$. Then a possible value of $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ is:

माना $\vec{a} = 2\hat{i} + \lambda_1\hat{j} + 3\hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} + (3-\lambda_2)\hat{j} + 6\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + 6\hat{j} + (\lambda_3 - 1)\hat{k}$ तीन ऐसे सदिश है कि $\vec{b} = 2\vec{a}$ है तथा सदिश $\vec{a}$, सदिश $\vec{c}$ के लंबवत हैं, तो $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ का एक संभावित मान है :

MATRIX

(1) (1 , 3, 1) (2) $\left(\frac{1}{2}, 4, -2\right)$ (3) (1, 5, 1) (4) $\left(-\frac{1}{2}, 4, 0\right)$

A. 4

Sol. $2\vec{a} = \vec{b}$

$4\hat{i} + 2\lambda_1\hat{j} + 6\hat{k} = 4\hat{i} + (3-\lambda_2)\hat{j} + 6\hat{k}$

$2\lambda_1 = 3 - \lambda_2$

$\lambda_2 + 2\lambda_1 = = 3$

$\lambda_2 = 3 - 2\lambda_1$

$\vec{a} \perp \vec{c}$

$\vec{a}.\vec{c} = 0$

$6 + 6\lambda_1 + 3(\lambda_3 - 1) = 0$

$6\lambda_1 + 3\lambda_3 + 3 = 0$

$2\lambda_1 + \lambda_3 + 1 = 0$

$\lambda_3 = -1 - 2\lambda_1$

$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (\lambda_1, 3 - 2\lambda_1, -1 - 2\lambda_1)$

Question ID : 4165299410

Option 1 ID : 41652937100 Option 2 ID : 41652937101

Option 3 ID : 41652937099 **Option 4 ID : 41652937098**

9. If $d \in R$, and $A = \begin{bmatrix} -2 & 4+d & (\sin\theta)-2 \\ 1 & (\sin\theta)+2 & d \\ 5 & (2\sin\theta)-d & (-\sin\theta)+2+2d \end{bmatrix}$, $\theta \in [0, 2\pi]$. If the minimum value of det(A) is 8, then a value of d is :

माना $d \in R$ तथा $A = \begin{bmatrix} -2 & 4+d & (\sin\theta)-2 \\ 1 & (\sin\theta)+2 & d \\ 5 & (2\sin\theta)-d & (-\sin\theta)+2+2d \end{bmatrix}$, $\theta \in [0, 2\pi]$ यदि det(A) का न्यूनतम मान 8 है, तो d का एक मान है :

(1) –7 (2) –5 (3) $2(\sqrt{2}+2)$ (4) $2(\sqrt{2}+1)$

A. 2

Sol. $A = \begin{vmatrix} -2 & 4+d & \sin\theta-2 \\ 1 & \sin\theta+2 & d \\ 5 & 2\sin\theta-d & -\sin\theta+2+2d \end{vmatrix}$

$R_1 \rightarrow R_1 + R_3 - 2R_2$

$A(\theta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \sin\theta+2 & d \\ 5 & 2\sin\theta-d & -\sin\theta+2+2d \end{vmatrix}$

$A(\theta) = (\sin\theta + 2)(2 + 2d - \sin\theta) - \sin\theta + 2 + 2d$

$A(\theta) = (d+2)^2 - \sin^2\theta$

$A_{min} = (d+2)^2 - 1 = 8$

$d + 2 = \pm 3$

$d = 1, -5$

Question ID : 4165299389

Option 1 ID : 41652937016 | **Option 2 ID : 41652937014**

Option 3 ID : 41652937015 | Option 4 ID : 41652937017

10. Let $f : R \to R$ be a function such that $f(x) = x^3 + x^2 f'(1) + x f''(2) + f'''(3), x \in R$. Then $f(2)$ equals :

माना फलन $f : R \to R$ इस प्रकार है कि $f(x) = x^3 + x^2 f'(1) + x f''(2) + f'''(3), x \in R$ हो तो $f(2)$ बराबर है –

(1) 8 (2) –4 (3) –2 (4) 30

A. 3

Sol. $f(x) = x^3 + x^2 f'(1) + x f''(2) + f'''(3)$

$f'(x) = 3x^2 + 2x\, f'(1) + f''(2)$

$f''(x) = 6x + 2f'(1)$

$f'''(x) = 6$

$f'''(3) = 6$ .... (i)

$f''(2) - 2f'(1) = 12$ ..... (ii)

$f'(1) = 3 + 2\, f'(1) + f''(2)$

$f''(2) + f'(1) = -3$ ..... (iii)

from (iii) & (ii)

$f'(1) = -5, f''2) = 2$

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 6$

$f(2) = 8 - 20 + 4 + 6$

$= -2$

Question ID : 4165299397

Option 1 ID : 41652937048 | Option 2 ID : 41652937046

Option 3 ID : 41652937049 | Option 4 ID : 41652937047

11. Consider the statement : "P(n) : $n^2 - n + 41$ is prime". Then which one of the following is true?

(1) Both P(3) and P(5) are false
(2) Both P(3) and P(5) are true
(3) P(5) is false but P(3) is true
(4) P(3) is false but P(5) is true

निम्न कथन पर विचार कीजिए "P(n) : $n^2 - n + 41$ एक अभाज्य संख्या है," तो इनमें से कौन–सा एक सत्य है?

(1) P(3) तथा P(5) दोनों असत्य है।
(2) P(3) तथा P(5) दोनों सत्य हैं।
(3) P(5) असत्य है परन्तु P(3) सत्य है।
(4) P(3) असत्य है परन्तु P(5) सत्य है।

A. 2

Sol. $P(n) = n^2 - n + 41 = \text{Prime}$

$P(5) = 61 = \text{Prime}$

$P(3) = 47 = \text{Prime}$

Question ID : 4165299415

Option 1 ID : 41652937118 | **Option 2 ID : 41652937121**

Option 3 ID : 41652937120 | Option 4 ID : 41652937119

MATRIX

12. If $\frac{dy}{dx}+\frac{3}{\cos^2 x}y=\frac{1}{\cos^2 x}, x \in \left(\frac{-\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ and $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}$ then $y\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ equals:

यदि $\frac{dy}{dx}+\frac{3}{\cos^2 x}y=\frac{1}{\cos^2 x}, x \in \left(\frac{-\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ तथा $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}$ then $y\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ बराबर है :

(1) $\frac{1}{3}+e^6$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}+e^3$ (4) $-\frac{4}{3}$

A. **1**

Sol. $\frac{dy}{dx}+3\left(\sec^2 x\right)y=\sec 2x$

$IF = e^{3\int \sec^2 x\,dx} = e^{3\tan x}$

$y.e^{3\tan x} = \int e^{3\tan x}\sec^2 x dx$

$y.e^{3\tan x} = \frac{e^{3\tan x}}{3}+C$

$y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{4}{3}$

$\frac{4}{3}e^3 = \frac{e^3}{3}+C$

$C = e^3$

$y.e^{3\tan x} = \frac{e^{3\tan x}}{3}+e^3$

$y\left(-\frac{\pi}{4}\right).e^{-3} = \frac{e^{-3}}{3}+e^3$

$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3}+e^6$

Question ID : 4165299402

Option 1 ID : 41652937067

Option 2 ID : 41652937069

Option 3 ID : 41652937068

Option 4 ID : 41652937066

13. If the parabolas $y^2 = 4b(x-c)$ and $y^2 = 8ax$ have a common normal, then which one of the following is a valid choice for the ordered triad (a, b, c)?

यदि परवलयों $y^2 = 4b(x-c)$ तथा $y^2 = 8ax$ का एक उभयनिष्ठ अभिलंब है, तो क्रमित त्रिक (a, b, c) के लिए निम्न में से कौन सा एक सही विकल्प है?

(1) (1, 1, 0) (2) $\left(\frac{1}{2},2,3\right)$ (3) (1, 1, 3) (4) $\left(\frac{1}{2},2,0\right)$

A. 3

Sol. $y^2 = 4b(x-c)$ $y^2 = 8ax$

comman Normal

$y = m(x-c) - 2bm - bm^3$ & $y = mn - 4am - 2am^3$

$y = mx - cm - 2bm - bm^3$

MATRIX

$y = mx - (c + 2b)m - bm^3$

$y = mx - 4am - 2am^3$

$-(c + 2b)\,m - bm^3 = -4am - 2am^3$

$(4a - c - 2b)m = (b - 2a)m^3$

for $m = 0$ All option are correct

$$m^2 = \frac{4a - c - 2b}{b - 2a} > 0$$

$$\frac{c}{2a - b} - 2 > 0$$

$$\frac{c}{2a - b} > 2$$

Question ID : 4165299406

Option 1 ID : 41652937084 **Option 2 ID : 41652937085**

Option 3 ID : 41652937083 **Option 4 ID : 41652937082**

14. Let z_1 and z_2 be any two non-zero complex numbers such that $3|z_1| = 4|z_2|$. If $z = \frac{3z_1}{2z_2} + \frac{2z_2}{3z_1}$ then :

माना z_1 तथा z_2 कोई दो शून्येतर सम्मिश्र संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $3|z_1| = 4|z_2|$. यदि $z = \frac{3z_1}{2z_2} + \frac{2z_2}{3z_1}$ तो :

(1) $\text{Re}(z) = 0$ (2) $|z| = \sqrt{\frac{5}{2}}$ (3) $|z| = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{17}{2}}$ (4) $\text{Im}(z) = 0$

A. Bonus

Sol. $3|z_1| = 4|z_2|$

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{4}{3}$$

$$\left|\frac{3z_1}{2z_2}\right| = 2$$

$$\text{let } \frac{3z_1}{2z_2} = P = 2\cos\theta + i\,2\sin\theta$$

$$z = \frac{3z_1}{2z_2} + \frac{2z_2}{3z_1}$$

$$= P + \frac{1}{P}$$

$$z = \frac{5}{2}\cos\theta + \frac{3}{2}i\sin\theta$$

$$|z| = \frac{\sqrt{25+9}}{2} = \frac{\sqrt{34}}{2} = \sqrt{\frac{17}{2}}$$

Question ID : 4165299387

Option 1 ID : 41652937007 Option 2 ID : 41652937009

Option 3 ID : 41652937008 Option 4 ID : 41652937006

-----5----- (Answer nahi diya hai)

15. If the system of equations

यदि समीकरण निकाय

$x + y + z = 5$

$x + 2y + 3z = 9$

$x + 3y + \alpha z = \beta$

has infinitely many solutions, then $\beta - \alpha$ equals :

के असंख्य हल हैं, तो $\beta - \alpha$ बराबर है :

(1) 18 (2) 21 (3) 8 (4) 5

A. 3

Sol. System of equation has in Hint many Solution

then $D = D_x = D_y = D_z = 0$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & \alpha \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \alpha - 5 = 0$$

$\alpha = 5$

$$D_x = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 9 & 2 & 3 \\ 13 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \beta - 13 = 0$$

$\beta = 13$

$\beta - \alpha = 13 - 5 = 8$

Question ID : 4165299390

Option 1 ID : 41652937019 Option 2 ID : 41652937021

Option 3 ID : 41652937020 Option 4 ID : 41652937018

16. For each $t \in R$, let [t] be the greattest integer less then or equal to t. Then,

प्रत्येक $t \in R$ के लिए माना [t], के समान या उससे कम महत्तम पूर्णांक है, तो

$$\lim_{x \to 1+} \frac{(1 - |x| + \sin|1 - x|)\sin\left(\frac{\pi}{2}[1 - x]\right)}{|1 - x|[1 - x]}$$

(1) equals 0 (2) equals 1 (3) does not exist (4) equals –1

(1) 0 के बराबर है। (2) 1 के बराबर है। (3) का अस्तित्व नहीं हैं। (4) –1 के बराबर है।

A. 1

Sol. $t \in R$

for $\lim\limits_{x \to 1^+}$ put $x = 1 + h$ & $h \to 0$

$$\lim_{h \to 0} \frac{(1 - 1 - h + \sinh)\sin\frac{\pi}{2}[-h]}{(h)[-h]}$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\left[-1+\frac{\sinh}{x}\right]}{[-h]}\sin\frac{\pi}{2}[-h]=\frac{(-1+1)(-1)}{(-1)}=0$$

Question ID : 4165299395

Option 1 ID : 41652937038 Option 2 ID : 41652937039

Option 3 ID : 41652937041 Option 4 ID : 41652937040

17. Let $n \geq 2$ be a natural number and $0<\theta<\pi/2$. Then $\int\frac{\left(\sin^n\theta-\sin\theta\right)^{\frac{1}{n}}\cos\theta}{\sin^{n+1}\theta}d\theta$ is equal to :

(where C is a constant of integration)

माना $n \geq 2$ एक प्राकृत संख्या है तथा $0<\theta<\pi/2$ है, तो $\int\frac{\left(\sin^n\theta-\sin\theta\right)^{\frac{1}{n}}\cos\theta}{\sin^{n+1}\theta}d\theta$ बराबर है :

(जहाँ C एक समाकलन अचर है)

(1) $\frac{n}{n^2-1}\left(1-\frac{1}{\sin^{n-1}\theta}\right)^{\frac{n+1}{n}}+C$ (2) $\frac{n}{n^2-1}\left(1+\frac{1}{\sin^{n-1}\theta}\right)^{\frac{n+1}{n}}+C$

(3) $\frac{n}{n^2+1}\left(1-\frac{1}{\sin^{n-1}\theta}\right)^{\frac{n+1}{n}}+C$ (4) $\frac{n}{n^2-1}\left(1-\frac{1}{\sin^{n+1}\theta}\right)^{\frac{n+1}{n}}+C$

A. 1

Sol. $$\int\frac{\left(\sin^n\theta-\sin\theta\right)^{\frac{1}{n}}\cos\theta}{\sin^{n+1}\theta}=d\theta$$

$$\int\sin\theta\frac{\left(1-\frac{1}{\sin^{n-1}\theta}\right)^{\frac{1}{n}}}{\sin^{n+1}\theta}\cos\theta\,d\theta$$

$$1-\frac{1}{\sin^{n-1}\theta}=t$$

$$(n-1)\frac{1}{\sin^n\theta}\cos\theta\,d\theta$$

$$\int\frac{(t)^{1/n}}{(n-1)}dt=\frac{1}{(n-1)}\cdot\frac{(t)^{\frac{1}{n}+1}}{\frac{1}{n}+1}+C$$

$$=\left(\frac{n}{n^2-1}\right)\left(1-\frac{1}{\sin^{n-1}\theta}\right)^{\frac{n+1}{n}}+C$$

Question ID : 4165299399

Option 1 ID : 41652937054 Option 2 ID : 41652937057

Option 3 ID : 41652937055 Option 4 ID : 41652937056

18. The sum of all two digit positive numbers which when divided by 7 yield 2 or 5 as remainder is :

ऐसी सभी दो अंको की धन संख्याओं, जिन्हें 7 से विभाजित करने पर 2 या 5 शेषफल प्राप्त होता है, का योग है:

(1) 1256 (2) 1365 (3) 1356 (4) 1465

A. 3

Sol. 2 + 9 + ...+91 = 654 Yield Remainder (2)

5 + 12 .... 94 = 702 Yield Remainder (5)

654 + 702 = 1356

Question ID : 4165299394

Option 1 ID : 41652937035 Option 2 ID : 41652937037

Option 3 ID : 41652937036 Option 4 ID : 41652937034

19. In a class of 140 students numbered 1 to 140, all even numbered students opted Mathematics course, those whose number is divisible by 3 opted physics course and those whose number is divisible by 5 opted Chemistry course. Then the number of students who did not opt for any of the three courses is :

140 विद्यार्थियों, जिनके क्रमांक 1 से 140 हैं, की एक कक्षा में सभी सम क्रमांक के विद्यार्थियों ने गणित विषय चुना है, उन्होंने जिनके क्रमांक 3 से विभाजित होते है भौतिक शास्त्र विषय चुना है तथा उन्होंने जिनके क्रमांक 5 से विभाजित होते हैं, रसायन शास्त्र विषय चुना है। तो उन विद्यार्थियों की संख्या, जिन्होंने इन तीन में से कोई भी विषय नहीं चुना है, हैं :

(1) 1 (2) 42 (3) 38 (4) 102

A. 3

Sol. n(A) = Number of students opted Mathematics = 70

n(B) = Number of students opted Physics = 46

n(C) = Number of students opted Chemistry = 28

$n(A \cap B) = 23$

$n(B \cap C) = 9$

$n(A \cap C) = 14$

$n(A \cap B \cap C) = 4$

$n(A \cup B \cup C) = \sum n(A) - \sum n(A \cap B) + n(A \cap B \cap C)$

$= (70 + 46 + 28) - (23 + 9 + 14) + 4$

$= 102$

No of students did not opt any of the three Sujbect = 140 – 102

= 38

Question ID : 4165299386

Option 1 ID : 41652937002 Option 2 ID : 41652937005

Option 3 ID : 41652937004 Option 4 ID : 41652937003

20. Let $I = \int_a^b (x^4 - 2x^2)\,dx$. If I is minimum then the ordered pair (a, b) is :

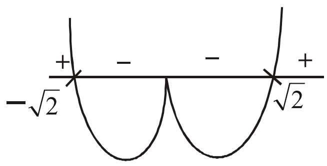
माना Let $I = \int_a^b (x^4 - 2x^2)\,dx$ है। यदि I न्यूनतम है, तो क्रमित युग्म (a, b) है :

(1) $\left(\sqrt{2}, -\sqrt{2}\right)$ (2) $\left(0, \sqrt{2}\right)$ (3) $\left(-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right)$ (4) $\left(-\sqrt{2}, 0\right)$

A. 3

Sol. $I=\int_a^b\left(x^4-2x^2\right)dx$

$f(x)=x^2\left(x^2-2\right)$



for I min $(a, b)=\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$

$I=\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left(x^4-2x^2\right)dx$

Question ID : 4165299400

Option 1 ID : 41652937061 Option 2 ID : 41652937058

Option 3 ID : 41652937060 Option 4 ID : 41652937059

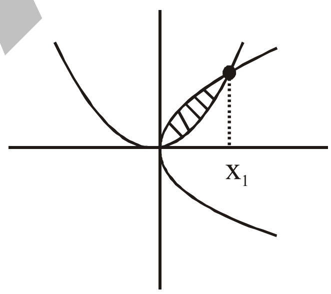
21. If the area enclosed between the curves $y=kx^2$ and $x=ky^2$, $(k>0)$, is 1 square unit. Then k is:

यदि वक्रों $y=kx^2$ तथा $x=ky^2$, $(k>0)$ के बीच घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई है, तो k बराबर है :

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

A. 4

Sol. $y=kx^2$; $x=ky^2$



$x^2=\frac{y}{k};\ y^2=\frac{x}{k}$

$A=\left|\frac{16}{3}ab\right|$

$1=\left|\frac{1}{3k^2}\right|$

$k^2=\frac{1}{3}$

$k=\frac{1}{\sqrt{3}}$

Question ID : 4165299401

Option 1 ID : 41652937062 Option 2 ID : 41652937064

Option 3 ID : 41652937065 **Option 4 ID : 41652937063**

22. If 5, 5r, $5r^2$ are the lengths of the sides of a triangle, then r cannot be equal to :

यदि एक त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई 5, 5r, $5r^2$ है, तो r निम्न में से किसके बराबर नहीं हो सकता?

(1) $\frac{7}{4}$ (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{3}{4}$

A. 1

Sol. $\underline{\;5\;|\;5r\;|\;5r^2\;}$

Case - I: Let $0 < r < 1$ ..... (i)

$5 > 5r > 5r^2$

$r + r^2 > 1$

$r^2 + r - 1 > 0$

$$\left(r - \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(r - \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) > 0 \quad \text{..... (ii)}$$

(i) $\cap$ (ii)

$$r \in \left(\frac{\sqrt{-5}-1}{2}, 1\right) \quad \text{..... (iii)}$$

Case - II : $r > 1$ .... (iv)

$1 + r > r^2$

$r^2\ 5\ r - 1 < 0$

$$\left(r - \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\left(r - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) < 0 \quad \text{.... (v)}$$

(iv) $\cap$ (v)

$$r \in \left(1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \text{.... (vi)}$$

(iii) $\cup$ (vi) $r \in \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$

Question ID : 4165299393

Option 1 ID : 41652937033

Option 2 ID : 41652937030

Option 3 ID : 41652937032

Option 4 ID : 41652937031

23. Let $f(x) = \begin{cases} \max\{|x|, x^2\}, & |x| \le 2 \\ 8 - 2|x|, & 2 < |x| \le 4 \end{cases}$

Let S be the set of points in the interval (- 4, 4) at which *f* is not differentiable. Then S.

(1) equals {-2, -1, 1, 2}

(2) equals {-2, 2}

(3) equals {-2, -1, 0, 1, 2}

(4) is an empty set

माना $f(x) = \begin{cases} \max\{|x|, x^2\}, & |x| \le 2 \\ 8 - 2|x|, & 2 < |x| \le 4 \end{cases}$

माना S, अन्तराल (- 4, 4) के उन बिन्दुओं, जिन पर f अवकलनीय नहीं है, का समुच्चय है, तो S :

(1) $\{-2, -1, 1, 2\}$ के बराबर है।

(2) $\{-2, 2\}$ के बराबर है।

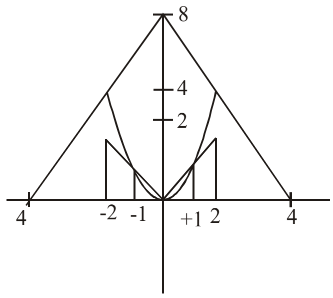
(3) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ के बराबर है।

(4) एक रिक्त समुच्चय है।

A. 3

Sol. $f(x)=\begin{cases}\max(|x|,x^2 & |x|\ge 2\\ 8-2|x|, & 2<|x|\le 4\end{cases}$

$\begin{cases}\max(|x|,x^2 & -2\le x\le 2\\ 8-2|x|, & x\in[-4,-2)\cup(2,4]\end{cases}$



ND points $x=-2,-1,0,1,2$

Question ID : 4165299396

Option 1 ID : 41652937043

Option 2 ID : 41652937045

Option 3 ID : 41652937044

Option 4 ID : 41652937042

24. If $\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{20}C_i+{}^{20}C_{i-1}}\right)^3=\frac{k}{21}$, then k equals :

यदि $\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{20}C_i+{}^{20}C_{i-1}}\right)^3=\frac{k}{21}$, तो k बराबर है :

(1) 400 (2) 100 (3) 200 (4) 50

A. 2

Sol. $\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{20}C_i+{}^{20}C_{i-1}}\right)^3=\frac{k}{21}$

$\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{{}^{20}C_{i-1}}{{}^{21}C_i}\right)^3=\frac{k}{21}$

$\sum_{i=1}^{20}\left(\frac{i}{21}\right)^3=\frac{k}{21}$

$\frac{1}{(21)^3}\left(\frac{20\times 21}{2}\right)^2=\frac{k}{21}$

$k=100$

Question ID : 4165299391

Option 1 ID : 41652937025

Option 2 ID : 41652937023

Option 3 ID : 41652937024

Option 4 ID : 41652937022

25. A point P moves on the line $2x - 3y + 4 = 0$. if Q(1, 4) and R(3, -2) are fixed points, then the locus of the centroid of ΔPQR is a line:

MATRIX

(1) with slope $\frac{3}{2}$ (2) parallel to y-axis (3) parallel to x-axis (4)with slope $\frac{2}{3}$

एक बिंदु P, रेखा $2x - 3y + 4 = 0$ पर गति करता है। यदि Q(1, 4) तथा R(3, -2) निश्चित बिंदु हैं, तो ΔPQR के केन्द्र का बिंदुपथ (locus) एक रेखा है :

(1) जिसकी ढ़ाल (slope) $\frac{3}{2}$ है। (2) जो कि y-अक्ष के समांतर है।

(3) जो कि x-अक्ष के समांतर है। (4) जिसकी ढ़ाल $\frac{2}{3}$

A. 4

Sol. Let $P\left(\alpha, \frac{2\alpha+4}{3}\right)$

Centroid $h = \frac{\alpha+1+3}{3}$ $k = \frac{\frac{2\alpha+4}{3}+4-2}{3}$

$3h - 4 = \alpha$ ...... (i) $k = \frac{2\alpha+10}{9}$

from (i) & (ii) $9k - 10 = 2\alpha$ ..... (ii)

$9k - 10 = 6x - 8$

$6x - 9y + 2 = 0$

$m = +\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Question ID : 4165299404

Option 1 ID : 41652937076 Option 2 ID : 41652937075

Option 3 ID : 41652937074 **Option 4 ID : 41652937077**

26. The sum of all values of $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ satisfying $\sin^2 2\theta + \cos^4 2\theta = \frac{3}{4}$ is:

$\sin^2 2\theta + \cos^4 2\theta = \frac{3}{4}$ को संतुष्ट करने वाले $\theta \varepsilon \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ के सभी मानों का योग है :

(1) $\frac{5\pi}{4}$ (2) $\frac{3\pi}{8}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) π

A. 3

Sol. Let $\sin^2 2\theta = t$

$t + (1 - t)^2 = \frac{3}{4}$

$4t + 4 - 8t + 4t^2 = 3$

$4t^2 - 4t + 1 = 0$

$(2t - 1)^2 = 0$

$t = \frac{1}{2}$

$\sin^2 2\theta = \frac{1}{2}$ $\quad \because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

$\sin 2\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad 0 < 2\theta < \pi$

$2\theta = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$

$\theta = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}$

$\text{Sum} = \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2}$

Question ID : 4165299413

Option 1 ID : 41652937112 Option 2 ID : 41652937113

Option 3 ID : 41652937111 Option 4 ID : 41652937110

27. The mean of five observations is 5 and their variance is 9.20. If three of the given five observations are 1, 3 and 8, then a ratio of other two observations is:

पाँच प्रेक्षणों का माध्य 5 है तथा उनका प्रसरण 9.20 है। यदि इन दिए गए पाँच प्रेक्षणों में से तीन 1, 3 तथा 8 है, तो अन्य दो प्रेक्षणों का एक अनुपात है।

(1) 6 : 7 (2) 10 : 3 (3) 5 : 8 (4) 4 : 9

A. 4

Sol. Let two observations are x_1 & x_2

Mean : $\frac{\sum_{i=1}^{x=5} x_i}{5} = 5$

$5 = \frac{1+3+8+x_1+x_2}{5}$

$x_1 + x_2 = 13$

Variance $(\sigma^2) = \frac{\sum x_i^2}{5} = (\bar{x})^2 = 9.20$

$\frac{1^2+3^2+8^2+x_1^2+x_1^2}{5} - 25 = 9.20$

$x_1{}^2 + x_2{}^2 = 97$

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 97$

$(13)^2 - 2x_1x_2 = 97$

$2x_1x_2 = 72$

$x_1x_2 = 36$

$x_1 : x_2 = 4 : 9$

Question ID : 4165299411

Option 1 ID : 41652937105 Option 2 ID : 41652937102

Option 3 ID : 41652937104 **Option 4 ID : 41652937103**

28. The shortest distance between the point $\left(\frac{3}{2},0\right)$ and the curve $y=\sqrt{x},(x>0)$ is:

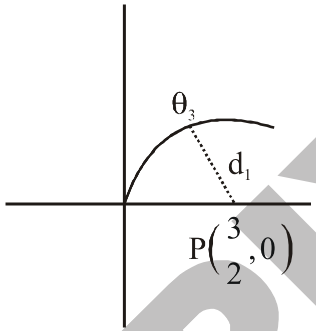
बिन्दु $\left(\frac{3}{2},0\right)$ तथा वक्र $y=\sqrt{x},(x>0)$ के बीच की न्यूनतम दूरी है :

(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{5}{4}$ (4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

A. **4**

Sol. $y^2 = x$

Shortest distance will be along the normal



$y = mx - 2am - am^3$ passing $\left(\frac{3}{2},0\right)$

$$0=\frac{3}{2}m-\frac{2}{4}m-\frac{1}{4}m^3$$

$m-\frac{m^3}{4}=0$ $m = 0,$ $m=\pm 2$

for $m = 0,$ $Q_1\ (0, 0)$ $d_1=\frac{3}{2}$

for $m = -2,$ $Q_2\ (1, 1)$ $d_2=\sqrt{\frac{1}{4}+1}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

for $m = 2$ $Q_3\ (1, -1)$ $d_3=\sqrt{\frac{1}{4}+1}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

Shortest distance $=\frac{\sqrt{5}}{2}$

Question ID : 4165299398
Option 1 ID : 41652937052
Option 2 ID : 41652937051
Option 3 ID : 41652937053
Option 4 ID : 41652937050

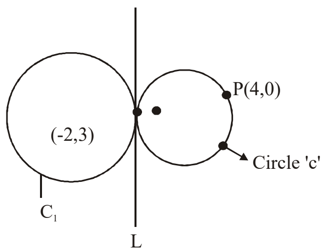
29. If a circle C passing through the point (4, 0) touches the circle $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 12$ externally at the point (1,. -1), then the radius of C is:

एक वृत्त C बिंदु (4, 0) से होकर जाता है तथा वृत्त $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 12$ को बिंदु (1,. -1) पर बाह्य स्पर्श करता है, तो C की त्रिज्या है:

(1) $2\sqrt{5}$ (2) 5 (3) $\sqrt{57}$ (4) 4

A. 2

Sol.



$\theta\ (1, -1)$

MATRIX

equation 'L'

T= 0 for c_1

$x - y + 2(x + 1) - 3(y - 1) = 12$

$x - y + 2x + 2 - 3y + 3 = 12$

$3x - xy = 7$

Circle 'c' $S_P + \lambda L = 0$

$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + \lambda(3x - 4y - 7) = 0$

Passing (4, 0)

$(4 - 1)^2 + (0 + 1)^2 + \lambda(3 \times 4 - 0 - 7) = 0$

$10 + \lambda(+5) = 0$

$\lambda = -2$

$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 - 2(3x - 4y - 7) = 0$

$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 - 6x + 8y + 14 = 0$

$x^2 + y^2 - 8x + 10y + 16 = 0$

$R = \sqrt{16 + 25 - 16} = 5$

Question ID : 4165299405

Option 1 ID : 41652937080

Option 2 ID : 41652937081

Option 3 ID : 41652937078

Option 4 ID : 41652937079

30. The equation of a tangent to the hyperbola $4x^2 - 5y^2 = 20$ parallel to the line $x - y = 2$ is:

अतिपरवलय $4x^2 - 5y^2 = 20$ की एक स्पर्शरेखा जो रेखा $x - y = 2$ के समांतर है, का समीकरण है :

(1) $x - y + 9 = 0$ (2) $x - y + 1 = 0$ (3) $x - y + 7 = 0$ (4) $x - y - 3 = 0$

A. 2

Sol. $4x^2 - 5y^2 = 20$ $x - y = 2$

$m = 1$

$\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$

tangent $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 - b^2}$

$y = x \pm \sqrt{5 + 4}$

$y = x \pm 3$

$x - y \pm 3 = 0$

$x - y + 3 = 0$

$x - y - 3 = 0$

Question ID : 4165299407

Option 1 ID : 41652937089

Option 2 ID : 41652937086

Option 3 ID : 41652937087

Option 4 ID : 41652937088