



JEE (Adv.) 2019

PAPER-I

Time: 3 Hours.

INSTRUCTIONS

1. The test is of 3 hours duration.
2. The Test Booklet consists of 90 questions. The maximum marks are 360.
3. There are three parts in the question paper A, B, C consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having 30 questions in each part of equal weightage. Each question is allotted 4 (four) marks for correct response.
4. Candidates will be awarded marks as stated above in instruction No. 3 for correct response of each question. $\frac{1}{4}$ (one-fourth) marks of the total marks allotted to the question will be deducted for indicating incorrect response of each question. No deduction from the total score will be made if no response is indicated for an item in the answer sheet.
5. There is only one correct response for each question. Filling up more than one response in any question will be treated as wrong response and marks for wrong response will be deducted accordingly as per instruction 4 above.
6. On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the Invigilator on duty in the Room/Hall. However, the candidates are allowed to take away this Test Booklet with them.
7. Do not fold or make any stray mark on the Answer Sheet

USEFUL DATA

Atomic weights: Al = 27, Mg = 24, Cu = 63.5, Mn = 55, Cl = 35.5, O = 16, H = 1, P = 31, Ag = 108, N = 14, Li = 7, I = 127, Cr = 52, K = 39, S = 32, Na = 23, C = 12, Br = 80, Fe = 56, Ca = 40, Zn = 65.5, Ti = 48, Ba = 137, U = 238, Co = 59, B = 11, F = 19, He = 4, Ne = 20, Ar = 40, Mo = 96, Ni = 58.5, Sr = 87.5, Hg = 200.5, Tl = 204, Pb = 207 [Take : $\ln 2 = 0.69$, $\ln 3 = 1.09$, $e = 1.6 \times 10^{-19}$, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg]
Take $g = 10 \text{ m/s}^2$ unless otherwise stated

JEE (ADVANCED) 2019
PAPER I
PHYSICS
SECTION-1 (Maximum Marks : 12)

- * This section contains FOUR (04) questions.
- * Each question has FOUR options ONLY ONE of these four options is the correct answer.
- * For each question, choose the correct option corresponding to the correct answer.
- * Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme :
 Full Marks : +3 If ONLY the correct option is chosen.
 Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).
 Negative Marks : -1 In all other cases.

Nuclear Physics

1. In a radioactive sample, ${}^{40}_{19}\text{K}$ nuclei either decay into stable ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ nuclei with decay constant 4.5×10^{-10} per year or into stable ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ nuclei with decay constant 0.5×10^{-10} per year. Given that in this sample all the stable ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ and ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ nuclei are produced by the ${}^{40}_{19}\text{K}$ nuclei only. In time $t \times 10^9$ years, if the ratio of the sum of stable ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ and ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ nuclei to the radioactive ${}^{40}_{19}\text{K}$ nuclei is 99, the value of t will be,

[Given : $\ln 10 = 2.3$]

Question ID : 337911112

एक रेडियोएक्टिव नमूने में, ${}^{40}_{19}\text{K}$ नाभिकों का क्षय ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ अथवा ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ स्थिर नाभिकों में होता है, जिनके क्षय नियतांक (decay constant) क्रमशः 4.5×10^{-10} प्रति वर्ष (per year) तथा 0.5×10^{-10} प्रति वर्ष है। दिया है कि इस नमूने में सभी ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ और ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ नाभिक केवल ${}^{40}_{19}\text{K}$ नाभिकों से बनते हैं। यदि $t \times 10^9$ वर्षों में, स्थिर नाभिकों ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ और ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ की संख्या के कुल योग एवं रेडियोएक्टिव नाभिकों ${}^{40}_{19}\text{K}$ की संख्या का अनुपात 99 है तो t का मान होगा,

[दिया है : $\ln 10 = 2.3$]

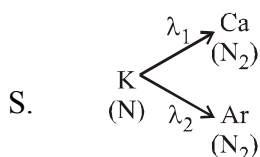
(1) 1.15

(2) 2.3

(3) 9.2

(4) 4.6

Ans. 3



$$\lambda_1 = 4.5 \times 10^{-10} \text{ per year}$$

$$\lambda_2 = 0.5 \times 10^{-10} \text{ per year}$$

N_1 = number of Ca nuclei

N_2 = number of Ar nuclei

N = number of K nuclei

After $t \times 10^9$ year

$$\frac{N_1 + N_2}{N} = \frac{99}{1}$$

$$\frac{N_1 + N_2 + N}{N} = \frac{100}{1} \quad (N_1 + N_2 + N = N_0 = \text{total K nuclei initially})$$

$$\frac{N_0}{N} = \frac{100}{1}$$

$$N = \frac{N_0}{100} = N_0 e^{-\lambda_{eq} T} \quad (\lambda_{eq} = \lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\ln 100 = \lambda_{eq} \times T$$

$$T = 9.2 \times 10^9 \text{ years}$$

$$t = 9.2$$

Calorimetry

2. A current carrying wire heats a metal rod. The wire provides a constant power (P) to the rod. The metal rod is enclosed in an insulated container. It is observed that the temperature (T) in the metal rod changes with time (t) as

$$T(t) = T_0 (1 + \beta t^{\frac{1}{4}}),$$

where β is a constant with appropriate dimension while T_0 is a constant with dimension of temperature. The heat capacity of the metal is ,

Question ID : 33791111

एक धारा वाहक तार एक धातु की छड़ को गरम करता है। तार छड़ को एक स्थिर शक्ति (P) (constant power) प्रदान करता है। यह धातु छड़ एक अचालक बर्तन में रखी गयी है। यह पाया गया कि धातु का तापमान (T) समय (t) के साथ निम्न ढंग से परिवर्तित होता है

$$T(t) = T_0 (1 + \beta t^{\frac{1}{4}}),$$

जहाँ β एक उपयुक्त विमा का स्थिरांक है जबकि T_0 तापमान का है। धातु की ऊष्मा धारिता है,

$$(1) \frac{4P(T(t) - T_0)^4}{\beta^4 T_0^5} \quad (2) \frac{4P(T(t) - T_0)^3}{\beta^4 T_0^4} \quad (3) \frac{4P(T(t) - T_0)}{\beta^4 T_0^2} \quad (4) \frac{4P(T(t) - T_0)^2}{\beta^4 T_0^3}$$

Ans. 2

- S. $d\theta = C \times dT$ (C = heat capacity)

$$\frac{d\theta}{dt} = C \times \frac{dT}{dt}$$

$$P = C \times T_0 \beta \times \frac{1}{4} t^{-3/4} \quad (T = T_0 (1 + \beta t^{1/4}))$$

$$C = \frac{4P}{T_0 \beta} t^{3/4} \quad \dots(1)$$

$$\text{If } T = T_0 (1 + \beta t^{1/4})$$

$$t^{1/4} = \frac{T - T_0}{T_0 \beta}$$

$$t^{3/4} = \left(\frac{T - T_0}{T_0 \beta} \right)^3 \quad \dots(2)$$

using eq (2) in eq. (1)

$$C = \frac{4P(T - T_0)^3}{\beta^4 T_0^4}$$

Gravitation

3. Consider a spherical gaseous cloud of mass density $\rho(r)$ in free space where r is the radial distance from its center. The gaseous cloud is made of particles of equal mass m moving in circular orbits about the common center with the same kinetic energy K . The force acting on the particles is their mutual gravitational force. If $\rho(r)$ is constant in time, the particle number density $n(r) = \rho(r)/m$ is :

[G is universal gravitational constant]

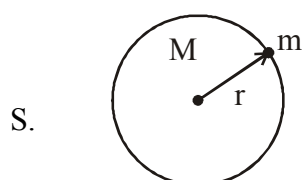
Question ID : 337911109

मान लीजिये मुक्त आकाश (free space) में एक गोलाकार गैस के बादल का द्रव्यमान घनत्व $\rho(r)$ है तथा इसकी केन्द्र से त्रिज्य (radial) दूरी r है। यह गैसीय बादल m द्रव्यमान के समान कणों से बना है जो कि एक समकेन्द्रीय वृत्ताकार कक्षाओं में समान गतिज ऊर्जा K से घूम रहे हैं। इन कणों पर पारस्परिक गुरुत्वाकर्षण बल लग रहा है। यदि $\rho(r)$ समय के साथ एक स्थिर राशि है, तब कणों का संख्या घनत्व $n(r) = \rho(r)/m$ का मान होगा :

[G सार्वत्रिक गुरुत्वीय नियतांक है।]

- (1) $\frac{K}{\pi r^2 m^2 G}$ (2) $\frac{K}{2\pi r^2 m^2 G}$ (3) $\frac{K}{6\pi r^2 m^2 G}$ (4) $\frac{3K}{\pi r^2 m^2 G}$

Ans. 2



$$F_{\text{net on 'm'}} = \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{1}{2} \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2} mv^2 = k$$

$$M = \frac{2Kr}{Gm}$$

$$dM = \frac{2K}{Gm} dr = \rho 4\pi r^2 dr$$

$$\rho = \frac{K}{2\pi r^2 mG}$$

$$\frac{\rho}{m} = \frac{K}{2\pi r^2 m^2 G}$$

Electrostatics

4. A thin spherical insulating shell of radius R carries a uniformly distributed charge such that the potential at its surface is V_0 . A hole with a small area $\alpha 4\pi R^2$ ($\alpha \ll 1$) is made on the shell without affecting the rest of the shell.

Which one of the following statement(s) is correct ?

Question ID : 337911110

(1) The magnitude of electric field at a point, located on a line passing through the hole and shell's centre, on a distance $2R$ from the center of the spherical shell will be reduced by $\frac{\alpha V_0}{2R}$

(2) The ratio of the potential at the center of the shell to that of the point at $\frac{1}{2}R$ from center towards the hole will be $\frac{1-\alpha}{1-2\alpha}$

(3) The potential at the center of the shell is reduced by $2\alpha V_0$

(4) The magnitude of electric field at the center of the shell is reduced by $\frac{\alpha V_0}{2R}$

R त्रिज्या के एक पतले गोलीय अचालक कोश (spherical insulating shell) पर आवेश एकसमान रूप से इस तरह से वितरित है कि इसकी सतह पर विभव V_0 है। इसमें एक छोटे क्षेत्रफल $\alpha 4\pi R^2$ ($\alpha \ll 1$) वाला एक छिद्र बाकी कोश को प्रभावित किए बिना बनाया जाता है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा सही है ?

(1) कोश के केन्द्र व छिद्र से गुजरने वाली रेखा पर केन्द्र से $2R$ की दूरी पर उपस्थित बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र का परिमाण $\frac{\alpha V_0}{2R}$ से घट जाएगा।

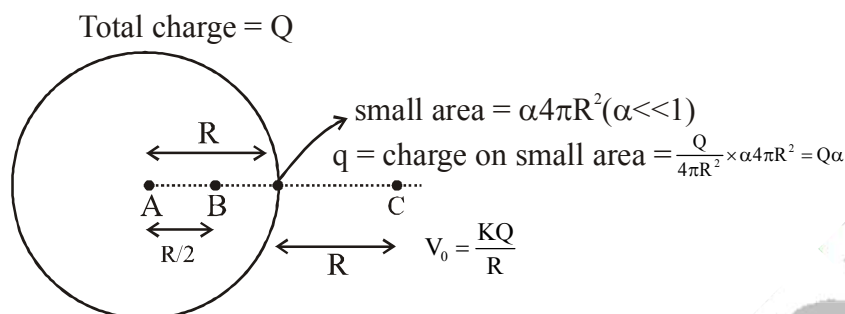
(2) कोश के केन्द्र तथा केन्द्र से $\frac{1}{2}R$ दूरी पर छिद्र की ओर उपस्थित बिन्दु पर विभवों का अनुपात $\frac{1-\alpha}{1-2\alpha}$ होगा।

(3) कोश के केन्द्र पर विभव का मान $2\alpha V_0$ से घटता है।

(4) केश के केन्द्र पर वैद्युत क्षेत्र (electric field) का परिमाण $\frac{\alpha V_0}{2R}$ से घटता है।

Ans. 2

S.



$$(1) E'_c = \frac{KQ}{(2R)^2} - \frac{K(Q\alpha)}{R^2}; E_c = \frac{KQ}{(2R)^2}$$

$$\Delta E_c = \frac{-KQ\alpha}{R^2} = -\frac{\alpha V_0}{R}$$

$$(2) \frac{V_A}{V_B} = \frac{\frac{KQ}{R} - \frac{KQ\alpha}{R}}{\frac{KQ}{R} - \frac{KQ\alpha}{R/2}} = \frac{1-\alpha}{1-2\alpha}$$

$$(3) V'_A = \frac{KQ}{R} - \frac{KQ\alpha}{R}; V_A = \frac{KQ}{R}$$

$$\Delta V_A = \frac{-KQ\alpha}{R} = -\alpha V_0$$

$$(4) |E'_A| = \frac{KQ\alpha}{R^2}; |E_A| = 0$$

$$\Delta |E_A| = \frac{KQ\alpha}{R^2} = \frac{\alpha V_0}{R}$$

SECTION-2

This section contains **Eight (08)** questions.

Each question has **FOUR** options for correct answer(s). **ONE OR MORE THAN ONE** of these four option(s) is (are) correct option(s).

For each question, choose the correct option(s) to answer the question.

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If only (all) the correct option(s) is (are) chosen.

Partial Marks : +3 If all the four options are correct but **ONLY** three options are chosen.

Partial Marks : +2 If three or more options are correct but ONLY two options are chosen, both of which are correct options.

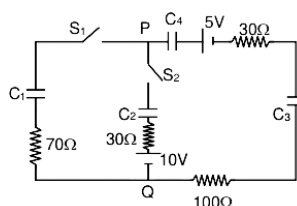
Partial Marks : +1 If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option.

Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).

Negative Marks : -1 In all other cases.

Capacitance

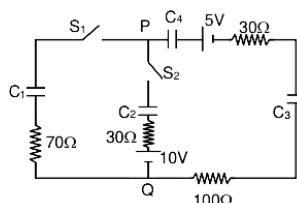
1. In the circuit shown, initially there is no charge on capacitors and keys S_1 and S_2 are open. The values of the capacitors are $C_1 = 10\mu\text{F}$, $C_2 = 30\mu\text{F}$, and $C_3 = C_4 = 80\mu\text{F}$. Which statements is/are correct :



Which of the statement(s) is/are correct ?

Question ID : 337911115

- (1) The key S_1 is kept closed for long time such that capacitors are fully charged, the voltage across the capacitor C_1 will be 4 V.
 - (2) The key S_1 is kept closed for long time such that capacitors are fully charged. Now key S_2 is closed, at this time the instantaneous current across 30Ω resistor (between points P & Q) will be 0.2A (round off to 1st decimal place).
 - (3) The key S_1 is kept closed for long time such that capacitors are fully charged, the voltage difference between points P and Q will be 10 V
 - (4) At time $t = 0$, the key S_1 is closed, the instantaneous current in the closed circuit will be 25 mA
- प्रदर्शित परिपथ में, आरम्भ में संधारित्रों पर कोई आवेश नहीं है और कुंजी S_1 और S_2 खुली हैं। संधारित्रों के मान $C_1 = 10\mu\text{F}$, $C_2 = 30\mu\text{F}$ और $C_3 = C_4 = 80\mu\text{F}$ है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) ?



- (1) कुंजी S_1 को लम्बे समय के लिए इस प्रकार बंद किया जाए कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए तब संधारित्र C_1 पर 4 V का विभव होगा।
- (2) कुंजी S_1 को लम्बे समय के लिए इस प्रकार बंद रखा जाता है कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाते हैं। अब कुंजी S_2 को बंद

किया जाता है तब इस समय पर 30Ω के प्रतिरोध (P और Q के मध्य) में तात्क्षणिक (instantaneous) धारा का मान $0.2A$ होगा।

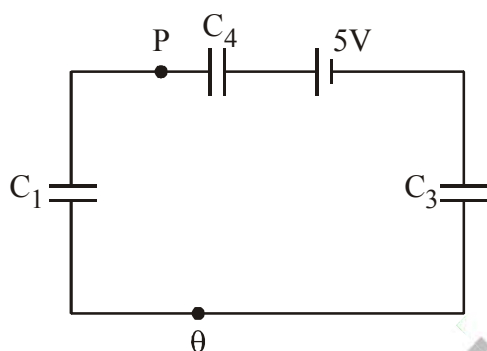
(दशमलव के प्रथम स्थान तक राउंड ऑफ (round off))

(3) यदि कुंजी S_1 को लम्बे समय के लिए इस प्रकार बंद किया जाए कि सभी संधारित्र पूर्ण आवेशित हो जाए तब बिन्दु P और Q के मध्य 10 V का विभवान्तर होगा।

(4) समय $t = 0$ पर, जब कुंजी S_1 को बंद किया जाता है, तब बंद परिपथ में तात्क्षणिक (instantaneous) धारा का मान 25 mA होगा।

Ans. 1,4 JEE ANS. 124

S. (1) Equivalent circuit when S_1 is kept closed for long time



$$C_1 = 10\mu\text{f}$$

$$C_3 = C_4 = 80\mu\text{f}$$

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$

$$\frac{1}{C_{\text{eq}}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{80} + \frac{1}{80}$$

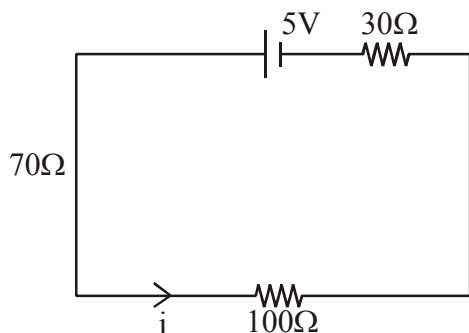
$$C_{\text{eq}} = 8\mu\text{f}$$

$$Q = C_{\text{eq}} \times V = 40\mu\text{C}$$

$$\text{voltage across } C_1 = \frac{40\mu\text{C}}{10\mu\text{f}} = 4\text{V}$$

$$(3) \Delta V_{P-Q} = \text{Voltage across } C_1 = 4\text{V}$$

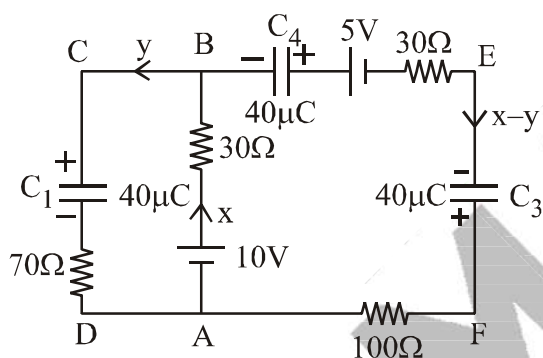
(4) Equivalent circuit just after S_1 is closed



$$i = \frac{5}{200} = 0.025 \text{ A}$$

(2) S_1 is closed for long time, then S_2 is closed. Just after closing S_2 , charges on all the capacitors will remain unchanged.

Equivalent circuit



KVL in loop ABCD

$$10 - 30x - \frac{40}{10} - 70y = 0$$

$$30x + 70y = 6 \quad \dots (i)$$

KVL in loop ABEF

$$10 - 30x + \frac{40}{80} - 5 - 30(x-y) + \frac{40}{80} - 100(x-y) = 0$$

$$160x - 130y = 6 \quad \dots (ii)$$

on solving equation (i) & (ii)

$$x = 0.079 \text{ A}$$

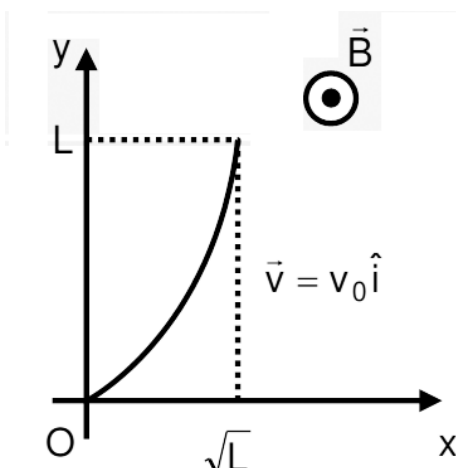
Electromagnetic Induction

2. A conducting wire of parabolic shape, initially $y = x^2$, is moving with velocity $\vec{V} = V_0 \hat{i}$ in a non-uniform mag-

netic field $\vec{B} = B_0 \left(1 + \left(\frac{y}{L} \right)^\beta \right) \hat{k}$, as shown in figure. If V_0, B_0, L and β are positive constants and $\Delta\phi$ is the

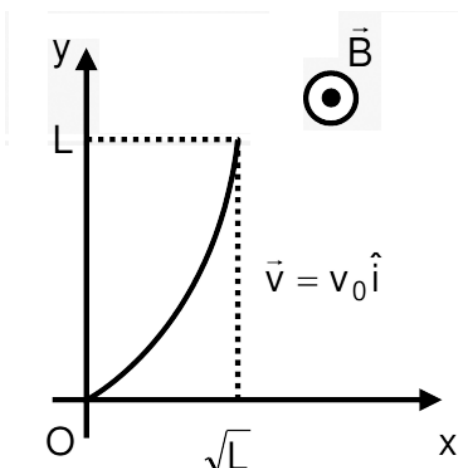
potential difference developed between the ends of the wire, then the correct statement(s) is/are :

Question ID : 337911114



- (1) $|\Delta\phi|$ is proportional to the length of the wire projected on the y-axis
- (2) $|\Delta\phi|$ remains the same if the parabolic wire is replaced by a straight wire, $y = x$ initially, of length $\sqrt{2}L$
- (3) $|\Delta\phi| = \frac{1}{2} B_0 V_0 L$ for $\beta = 0$
- (4) $|\Delta\phi| = \frac{4}{3} B_0 V_0 L$ for $\beta = 2$

चित्रानुसार एक असमान चुंबकीय क्षेत्र $\vec{B} = B_0 \left(1 + \left(\frac{y}{L} \right)^\beta \right) \hat{k}$ में एक परवलयकार (parabolic shape), आरंभ में $y = x^2$ वाला, विद्युत चालक तार वेग $\vec{V} = V_0 \hat{i}$ से चल रहा है। यदि V_0, B_0, L तथा β धनात्मक नियतांक हैं एवं तार के सिरों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर $\Delta\phi$ है, तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) :

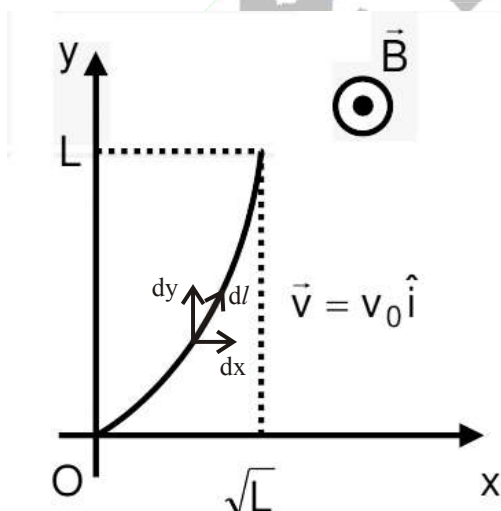


- (1) $|\Delta\phi|$ का मान y -अक्ष पर तार की प्रक्षेपित लम्बाई के समानुपाती होगा ।
- (2) यदि इस परवलयीय तार के स्थान पर $\sqrt{2}L$ लम्बाई वाला एक सीधे तार, आरम्भ में $y = x$, का उपयोग किया जाये तब $|\Delta\phi|$ समान रहेगा ।
- (3) $\beta = 0$ के लिए, $|\Delta\phi| = \frac{1}{2} B_0 V_0 L$
- (4) $\beta = 2$ के लिए, $|\Delta\phi| = \frac{4}{3} B_0 V_0 L$

Ans. 1,2,4

2.

Sol.



$$\vec{B} = B_0 \left(1 + \left(\frac{y}{L} \right)^B \right) \hat{k}$$

potential difference in small element $dl = d\phi$

$$d\phi = BV_0 dy$$

$$\Delta\phi = \int d\phi = \int_0^L BV_0 dy \dots\dots\dots(i)$$

(1) From equation (i) $|\Delta\phi|$ is proportional to the length of wire projected on the y-axis

(2) Because option (1) is correct, therefore option (2) is also correct

(3) If $\beta = 0$

$$\Delta\phi = \int_0^L B_0 V_0 dy = B_0 V_0 L$$

(4) If $\beta = 2$

$$\Delta\phi = B_0 V_0 \int_0^L \left(1 + \left(\frac{y}{L} \right)^2 \right) dy$$

$$= B_0 V_0 L + B_0 V_0 \frac{L}{3}$$

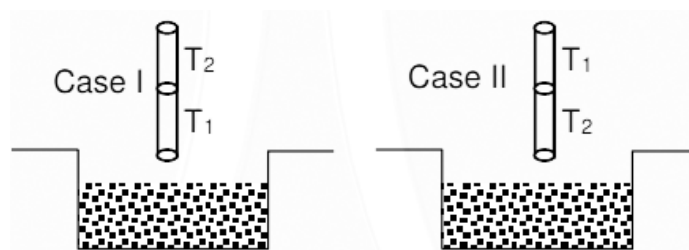
$$= \frac{4}{3} B_0 V_0 L$$

Fluid Mechanics

3. A cylindrical capillary tube of 0.2 mm radius is made by joining two capillaries T_1 and T_2 of different materials having water contact angles of 0° and 60° respectively. The capillary tube is dipped vertically in water in two different configurations, case I and II as shown in figure. Which of the following option(s) is (are) correct?

[Surface tension of water = 0.075 N/m, density of water = 1000 kg/m³, take $g = 10 \text{ m/s}^2$]

Question ID : 337911113



(1) The correction in the height of water column raised in the tube, due to weight of water contained in the meniscus, will be different for both cases.

(2) For case I, if the joint is kept at 8 cm above the water surface, the height of water column in the tube will be

7.5 cm. (Neglect the weight of the water in the meniscus)

(3) For case II, if the capillary joint is 5 cm above the water surface, the height of water column raised in the tube will be 3.75 cm. (Neglect the weight of the water in the meniscus)

(4) For case I, if capillary joint is 5cm above the water surface, the height of water column raised in the tube will be more than 8.75 cm. (Neglect the weight of the water in the meniscus)

दो भिन्न पदार्थों की एक समान 0.2 mm त्रिज्या वाली दो कैशनलियों T_1 तथा T_2 , जिनके पानी के साथ संपर्क कोण (contact angle) क्रमशः 0° तथा 60° हैं, को जोड़कर एक कैशनली बनाते हैं। इस कैशनली को चित्रानुसार दो भिन्न विन्यास -I और विन्यास-II में पानी में ऊर्ध्वाधर डुबाया जाता है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) ?

[पानी का पृष्ठतनाव (surface tension) = 0.075N/m , पानी का घनत्व = 1000 kg/m^3 तथा $g = 10\text{ m/s}^2$]



(1) पानी के मुक्त पृष्ठ (meniscus) में उपस्थित पानी के भार के कारण कैशनली में चढ़े पानी की ऊँचाई में संशोधन (correction) का मान दोनों विन्यासों के लिये भिन्न होगा।

(2) विन्यास-I के लिये, यदि कैशनलियों का जोड़ पानी की सतह से 8 cm ऊँचाई पर है, नली में चढ़े पानी की ऊँचाई 7.5 cm होगी। (मुक्त पृष्ठ पर पानी का भार उपेक्षणीय है)

(3) विन्यास-II के लिये, यदि कैशनलियों का जोड़ पानी की सतह से 5 cm ऊँचाई पर है, नली में चढ़े पानी की ऊँचाई 3.75 cm होगी। (मुक्त पृष्ठ पर पानी का भार उपेक्षणीय है)

(4) विन्यास-I के लिये, यदि कैशनलियों का जोड़ पानी की सतह से 5cm ऊपर है, नली में चढ़े पानी की ऊँचाई 8.75 cm से अधिक होगी। (मुक्त पृष्ठ पर पानी का भार उपेक्षणीय है)

Ans. 1,2,3

Sol. Rise of liquid in T_1 if sufficient length is available = $\frac{2S \cos \theta_1}{\rho g r} = \frac{2 \times 0.075 \times \cos 0^\circ}{1000 \times 10 \times 2 \times 10^{-4}} = 7.5\text{cm} \dots\dots\dots(i)$

Rise of liquid in T_2 if sufficient length is available = $\frac{2S \cos \theta_2}{\rho g r} = \frac{2 \times 0.075 \times \cos 60^\circ}{1000 \times 10 \times 2 \times 10^{-4}} = 3.75\text{cm} \dots\dots\dots(ii)$

(1) If sufficient length of a tube is not available then meniscus may change radius of curvature on reaching the joint and since length of T_1 and T_2 are not fixed in question there may arise a situation in which weight of water

contained in the meniscus is same in both cases.

(2) Refer equation (i)

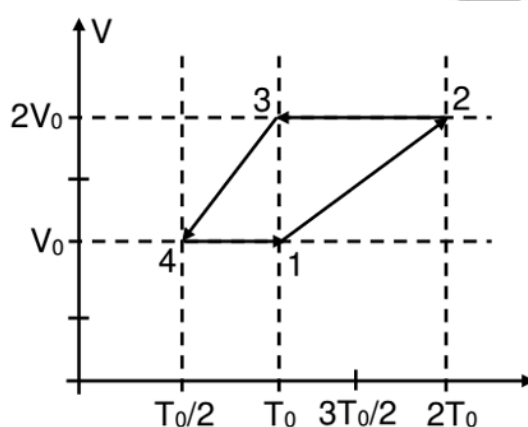
(3) Refer equation (ii)

(4) In case I_1 if joint is 5cm above water surface, height of water column will be 5cm only, then meniscus will change its radius of curvature because if water rises in T_2 then force due to surface tension cannot balance the weight of liquid column of length more than 3.75 cm

KTG & Thermodynamics

4. One mole of a monatomic ideal gas goes through a thermodynamic cycle, as shown in the volume versus temperature (V-T) diagram. The correct statement(s) is/are : [R is the gas constant]

Question ID : 337911117



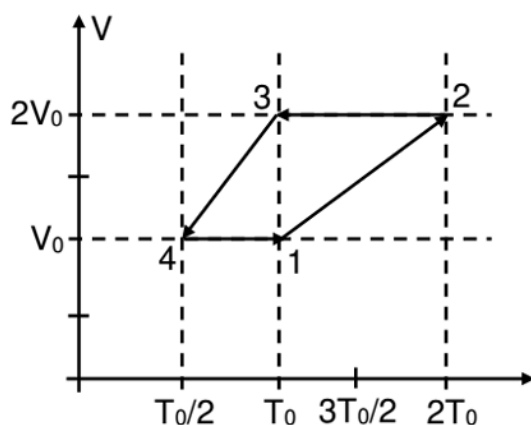
(1) Work done in this thermodynamic cycle ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$) is $|W| = \frac{1}{2}RT_0$

(2) The ratio of heat transfer during processes $1 \rightarrow 2$ and $3 \rightarrow 4$ is $\left| \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{Q_{3 \rightarrow 4}} \right| = \frac{1}{2}$

(3) The ratio of heat transfer during processes $1 \rightarrow 2$ and $2 \rightarrow 3$ is $\left| \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{Q_{2 \rightarrow 3}} \right| = \frac{5}{3}$

(4) The above thermodynamic cycle exhibits only isochoric and adiabatic processes.

एकपरमाणुक आदर्श गैस का एक मोल एक ऊष्मागतिकीय चक्र (thermodynamic cycle) से गुजरता है, जिसे आयतन-तापमान (V-T) ग्राफ चित्र में दिखाया गया है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) : [R गैस नियतांक है]



- (1) इस ऊष्मागतिकीय चक्र (1 → 2 → 3 → 4 → 1) में किया गया कार्य $|W| = \frac{1}{2} RT_0$ है।
- (2) चक्र 1 → 2 तथा 3 → 4 में ऊष्मा स्थानान्तरण का अनुपात $\left| \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{Q_{3 \rightarrow 4}} \right| = \frac{1}{2}$ है।
- (3) चक्र 1 → 2 तथा 2 → 3 में ऊष्मा स्थानान्तरण का अनुपात $\left| \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{Q_{2 \rightarrow 3}} \right| = \frac{5}{3}$ है।
- (4) उपर्युक्त ऊष्मागतिकीय चक्र में केवल समायतनीय (isochoric) और रुद्धोष्म (adiabatic) प्रक्रम आते हैं।

Ans. 1,3

Sol. Process 1-2

$P = \text{constant}$ (Isobaric process)

$$W = nR\Delta T = 1 \times R(2T_0 - T_0) = RT_0$$

$$Q_{1-2} = nC_p \Delta T$$

$$= 1 \times \frac{5}{2} R (2T_0 - T_0) = \frac{5}{2} RT_0$$

Process 2-3

$V = \text{constant}$ (Isochoric Process)

$$W = 0$$

$$Q_{2-3} = nC_v \Delta T$$

$$= 1 \times \frac{3}{2} R (T_0 - 2T_0) = -\frac{3}{2} RT_0$$

Process 3-4

$P = \text{constant}$ (Isobaric process)

$$W = nR\Delta T = 1 \times R \left(\frac{T_0}{2} - T_0 \right) = -\frac{RT_0}{2}$$

$$Q_{3-4} = nC_p \Delta T = 1 \times \frac{5}{2} R \left(\frac{T_0}{2} - T_0 \right) = -\frac{5}{4} RT_0$$

Process 4-1

$V = \text{constant}$ (Isochoric process)

$W = 0$

$$(1) W_{\text{total}} = RT_0 - \frac{RT_0}{2} = \frac{RT_0}{2}$$

$$(2) \left| \frac{Q_{1-2}}{Q_{3-4}} \right| = \frac{\frac{5}{2}RT_0}{\frac{5}{4}RT_0} = \frac{2}{1}$$

$$(3) \left| \frac{Q_{1-2}}{Q_{2-3}} \right| = \frac{\frac{5}{2}RT_0}{\frac{3}{2}RT_0} = \frac{5}{3}$$

(4) Thermodynamic cycle consists of isochoric and isobaric processes.

Units & Dimensions

5. Let us consider a system of units in which mass and angular momentum are dimensionless. If length has dimension of L , which of the following in statement(s) is/are correct? **Question ID : 337911119**

(1) The dimension of force is L^{-3}

(2) The dimension of linear momentum is L^{-1}

(3) The dimension of energy is L^{-2}

(4) The dimension of power is L^{-5}

मान लीजिये कि एक इकाई प्रणाली में द्रव्यमान तथा कोणीय संवेग विमा-रहित (dimensionless) है। यदि लम्बाई की विमा L हो, तब निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) ?

(1) बल की विमा (dimension) L^{-3} है।

(2) रेखीय संवेग की विमा (dimension) L^{-1} है।

(3) ऊर्जा की विमा (dimension) L^{-2} है।

(4) शक्ति की विमा (dimension) L^{-5} है।

Ans. 1,2,3

Sol. Let angular momentum = A (Dimensionless)

Mass = M (Dimensionless)

Given Length = L

Using Dimensional analysis

(1) Force $[F] = A^x M^y L^z$

$$MLT^{-2} = (ML^2 T^{-1})^x M^y L^z$$

$$MLT^{-2} = M^{x+y} L^{2x+z} T^{-x}$$

$$x = 2$$

$$2x+z = 1$$

$$z = -3$$

$$[F] = L^{-3}$$

$$(2) \text{ Linear momentum } = [p] = A^x M^y L^z$$

$$MLT^{-1} = M^{x+y} L^{2x+z} T^{-x}$$

$$x = 1$$

$$2x+z = 1$$

$$z = -1$$

$$[p] = L^{-1}$$

$$(3) \text{ Energy } = [E] = A^x M^y L^z$$

$$ML^2 T^{-2} = M^{x+y} L^{2x+z} T^{-x}$$

$$x = 2$$

$$2x+z = 2$$

$$z = -2$$

$$[E] = L^{-2}$$

$$(4) \text{ Power } [P] = A^x M^y L^z$$

$$ML^2 T^{-3} = M^{x+y} L^{2x+z} T^{-x}$$

$$x = 3$$

$$2x+z = 2$$

$$z = -4$$

$$[P] = L^{-4}$$

Electrostatics

6. A charged shell of radius R carries a total charge Q . Given ϕ as the flux of electric field through a closed cylindrical surface of height h , radius r and with its center same as that of the shell. Here center of the cylinder is a point on the axis of the cylinder which is equidistant from its top and bottom surfaces. Which of the following option(s) is/are correct [ϵ_0 is the permittivity of free space] **Question ID : 337911116**

- (1) If $h > 2R$ and $r > R$ then $\phi = Q/\epsilon_0$ (2) If $h > 2R$ and $r = 3R/5$ then $\phi = Q/5\epsilon_0$
 (3) If $h < 8R/5$ and $r = 3R/5$ then $\phi = 0$ (4) If $h > 2R$ and $r = 4R/5$ then $\phi = Q/5\epsilon_0$

एक R त्रिज्या वाले आवेशित कोश पर कुल आवेश Q है। एक लम्बाई h और त्रिज्या r वाले बेलनाकार बंद पृष्ठ, जिसका केन्द्र कोश

के केन्द्र पर ही है, से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स (flux) ϕ है। यहाँ बेलन का केन्द्र इसके अक्ष पर एक बिन्दु है जो कि ऊपरी और निचली सतह से समान दूरी पर है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है(हैं) ?

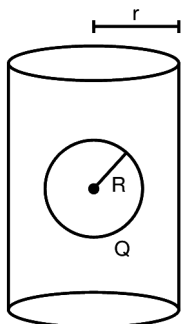
[मुक्त आकाश (free space) की वैद्युतशीलता ϵ_0 है।]

- (1) यदि $h > 2R$ और $r > R$ तब $\phi = Q/\epsilon_0$ (2) यदि $h > 2R$ और $r = 3R/5$ तब $\phi = Q/5\epsilon_0$
 (3) यदि $h < 8R/5$ और $r = 3R/5$ तब $\phi = 0$ (4) यदि $h > 2R$ और $r = 4R/5$ तब $\phi = Q/5\epsilon_0$

Ans. 1,2,3

Sol.

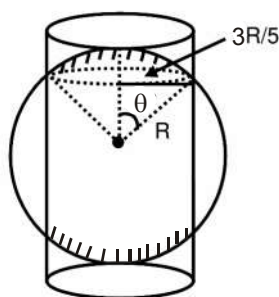
(1)



$h > 2R$ and $r > R$

Since whole shell is enclosed $\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$

2.

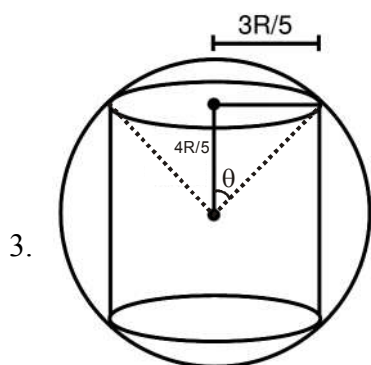


$h > 2R$ and $r = 3R/5$

$\sin \theta = 3/5, \cos \theta = 4/5$

charge on shaded area $= 2 \times \frac{Q}{4\pi} \times 2\pi(1 - \cos \theta) = \frac{Q}{5}$

$\phi = \frac{Q}{5\epsilon_0}$

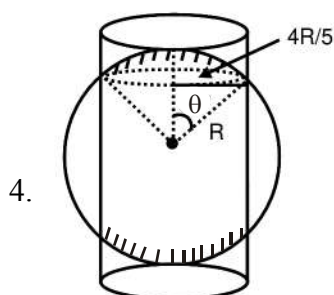


$$h < 8R/5 \text{ and } r = 3R/5$$

$$\sin \theta = 3/5, \cos \theta = 4/5$$

since no charge will be enclosed by cylinder

$$\phi = 0$$



$$h > 2R \text{ and } r = \frac{4R}{5}$$

$$\sin \theta = 4/5, \cos \theta = 3/5$$

$$\text{charge on shaded area} = 2 \times \frac{Q}{4\pi} \times 2\pi(1 - \cos \theta) = \frac{2Q}{5}$$

$$\phi = \frac{2Q}{5\epsilon_0}$$

Current Electricity

7. Two identical moving coil galvanometers have 10Ω resistance and full scale deflection at $2 \mu\text{A}$ current. One of them is converted into a voltmeter of 100 mV full scale reading and the other into an Ammeter of 1 mA full scale current using appropriate resistors. These are then used to measure the voltage and current in the Ohm's law experiment with $R = 1000 \Omega$ resistor by using an ideal cell. Which of the following statement(s) is/are correct ?

Question ID : 337911120

- (1) If the ideal cell is replaced by a cell having internal resistance of 5Ω then the measured value of R will be more than 1000Ω

(2) The measured value of R will be $978\Omega < R < 982\Omega$

(3) The resistance of the Voltmeter will be $100\text{ k}\Omega$

(4) The resistance of the Ammeter will be 0.02Ω (round off to 2nd decimal place)

दो एकसमान चलकुंडली धारामापी (galvanometer) जिनके प्रतिरोध 10Ω हैं तथा इनमें $2\mu\text{A}$ पर पूर्णस्केल विक्षेप (full-scale deflection) मिलता है। इनमें से एक को 100 mV पूर्णस्केल मापन योग्य वोल्टमीटर तथा दूसरे को 1mA पूर्णस्केल मापन योग्य अमीटर में उपयुक्त प्रतिरोधों का प्रयोग करते हुए परिवर्तित करते हैं। ओम का नियम (Ohm's law) प्रयोग में $R = 1000\Omega$ प्रतिरोध। एवं एक आदर्श सेल के साथ इन दोनों का उपयोग विभव और धारा को मापने के लिये किया जाता है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है (हैं) ?

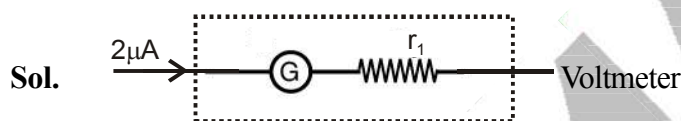
(1) यदि आदर्श सेल को दूसरे सेल जिसका आंतरिक प्रतिरोध 5Ω से बदला जाये तब प्रतिरोध R का मापा गया मान 1000Ω से अधिक होगा।

(2) R का मापा गया मान $978\Omega < R < 982\Omega$ होगा।

(3) वोल्टमीटर के प्रतिरोध का मान $100\text{ k}\Omega$ होगा।

(4) अमीटर के प्रतिरोध का मान 0.02Ω होगा। (दशमलव के द्वितीय स्थान तक राउंड ऑफ (round off))

Ans. 2,4

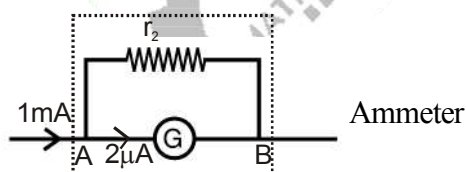


$$2 \times 10^{-6} (10 + r_1) = 0.1\text{V}$$

$$10 + r_1 \Rightarrow 50000$$

$$r_1 = 49990\Omega$$

Total resistance of voltmeter = $50\text{ k}\Omega$

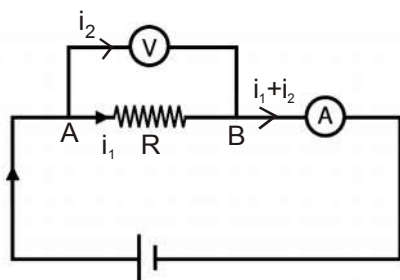


$$\text{Current in } r_2 = 1\text{mA} - 2\mu\text{A} \approx 1\text{mA}$$

$$V_A - V_B = 2 \times 10^{-6} \times 10 = 10^{-3} \times r_2$$

$$r_2 = 0.02\Omega$$

Ohm's law experiment



$$R_{\text{measured}} = \frac{\text{Voltmeter reading}}{\text{Ammeter reading}} = \frac{i_2 \times R_{\text{voltmeter}}}{i_1 + i_2}$$

$$V_A - V_B = i_2 \times 50000 = i_1 \times 1000$$

$$i_1 = 50i_2$$

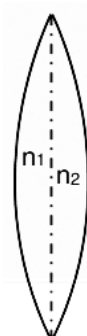
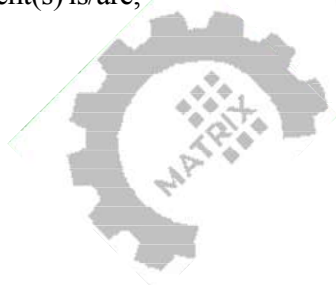
$$R_{\text{measured}} = \frac{i_2 \times 50000}{50i_2 + i_2} = \frac{50000}{51} \approx 980.4\Omega$$

As we can see from the calculation shown above that even if ideal cell is replaced by a cell having internal resistance of 5Ω , measured value of R will not exceed 1000Ω

Geometrical Optics

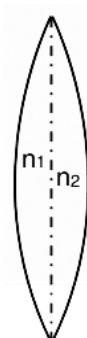
8. A thin convex lens is made of two materials with refractive indices n_1 and n_2 , as shown in figure. The radius of curvature of the left and right spherical surfaces are equal. f is the focal length of the lens when $n_1 = n_2 = n$. The focal length is $f + \Delta f$ when $n_1 = n$ and $n_2 = n + \Delta n$. Assuming $\Delta n \ll (n - 1)$ and $1 < n < 2$, the correct statement(s) is/are,

Question ID : 337911118



- (1) For $n = 1.5$, $\Delta n = 10^{-3}$ and $f = 20$ cm, the value of $|\Delta f|$ will be 0.02 cm (round off to 2nd decimal place)
- (2) The relation between $\frac{\Delta f}{f}$ and $\frac{\Delta n}{n}$ remains unchanged if both the convex surfaces are replaced by concave surfaces of the same radius of curvature.
- (3) $\left| \frac{\Delta f}{f} \right| < \left| \frac{\Delta n}{n} \right|$
- (4) If $\frac{\Delta n}{n} < 0$ then $\frac{\Delta f}{f} > 0$

चित्र में दर्शाया गया एक पतला उत्तल लेंस दो पदार्थों से मिलकर बना है, जिनके अपवर्तनांक (refractive index) क्रमशः n_1 और n_2 हैं। लेंस के बाएँ और दाएँ पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ समान हैं। $n_1 = n_2 = n$ के लिए लेंस की फोकस दूरी f है। जब $n_1 = n$ और $n_2 = n + \Delta n$ है, तब फोकस दूरी $f + \Delta f$ है। यह मानते हुए कि $\Delta n \ll (n - 1)$ और $1 < n < 2$, निम्नलिखित कथनों में से कौन सा(से) सही है (हैं) ,



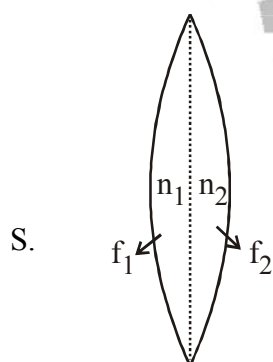
(1) यदि $n = 1.5$, $\Delta n = 10^{-3}$ और $f = 20$ cm हो, तब $|\Delta f|$ का मान 0.02 cm होगा। (दशमलव के द्वितीय स्थान तक राउंड ऑफ (round off))

(2) यदि दोनों उत्तल पृष्ठों को उसी समान वक्रता त्रिज्या वाले अवतल पृष्ठों से बदला जाता है तब $\frac{\Delta f}{f}$ और $\frac{\Delta n}{n}$ का संबंध अपरिवर्तित रहता है।

(3) $\left| \frac{\Delta f}{f} \right| < \left| \frac{\Delta n}{n} \right|$

(4) यदि $\frac{\Delta n}{n} < 0$ हो तब $\frac{\Delta f}{f} > 0$

Ans. 1,2,4 JEE ANS. 123



f_1 = focal length of left half

f_2 = focal length of right half

When $n_1 = n_2 = n$

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R} - 0 \right)$$

$$\frac{1}{f_2} = (n-1) \left(0 + \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{2(n-1)}{R}$$

$$f = \frac{R}{2(n-1)}$$

When $n_1 = n$, $n_2 = n + \Delta n$

$$\frac{1}{f_1} = (n-1) \left(\frac{1}{R} - 0 \right)$$

$$\frac{1}{f_2} = (n + \Delta n - 1) \left(0 + \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{1}{f + \Delta f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{(2n - 2 + \Delta n)}{R}$$

$$f + \Delta f = \frac{R}{2n - 2 + \Delta n}$$

$$\Delta f = \frac{R}{2n - 2 + \Delta n} - \frac{R}{2(n-1)}$$

$$= R \left[\frac{2n - 2 - 2n + 2 - \Delta n}{(2n - 2 + \Delta n)(2n - 2)} \right]$$

Since $\Delta n \ll n - 1$

$$\Delta f = - \frac{\Delta n \times R}{4(n-1)^2}$$

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta n}{2(n-1)} \quad \dots (1)$$

(1) $M = 1.5$, $\Delta n = 10^{-3}$, $f = 20 \text{ cm}$

$$\frac{\Delta f}{20 \text{ cm}} = - \frac{10^{-3}}{2(0.5)}$$

$$\Delta f = -0.02 \text{ cm}$$

(2) As can be seen by equation(1), relation between $\frac{\Delta f}{f}$ and $\frac{\Delta n}{n}$ will remain unchanged even if both convex surfaces are replaced by concave surfaces of same radius of curvature.

$$(3) \left| \frac{\Delta f}{f} \right| = \frac{\Delta n}{2(n-1)} > \frac{\Delta n}{n}$$



Since, $n < 2$
therefore, $2n - 2 < n$

(4) If $\frac{\Delta n}{n} < 0$ then $\frac{\Delta f}{f} > 0$

Can be seen from equation (1)

SECTION 3

SECTION-3 : (Maximum Marks: 18)

- * This section contains **SIX (06)** questions. The answer to each question is a **NUMERICAL VALUE**.
- * For each question, enter the correct numerical value of the answer using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer. If the numerical value has more than two decimal places, truncate/round-off the value to TWO decimal places.
- * Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:
 Full Marks : +3 If **ONLY** the correct numerical value is entered.
 Zero Marks : 0 In all other cases.

Elasticity

1. A block of weight 100 N is suspended by copper and steel wires of same cross sectional area 0.5 cm^2 and, length $\sqrt{3} \text{ m}$ and 1 m , respectively. Their other ends are fixed on a ceiling as shown in figure. The angles subtended by copper and steel wires with ceiling are 30° and 60° , respectively. If elongation in copper wire is (Δl_c) and elongation in steel wire is (Δl_s) , then the ratio $\frac{\Delta l_c}{\Delta l_s}$ is ____.

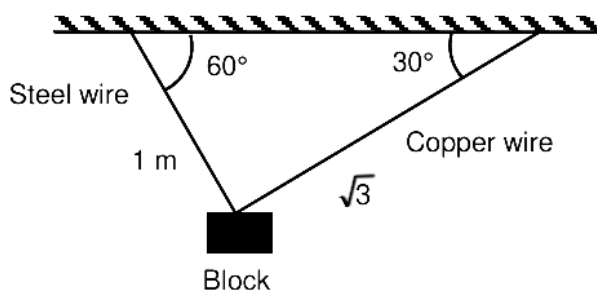
(Young's modulus for copper and steel are $1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ and $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, respectively)

Question ID : 337911122

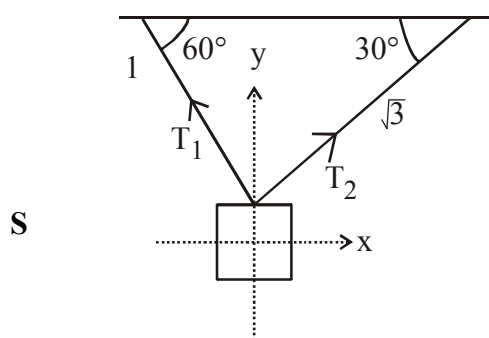
एक 100 N भार वाले गुटके को तांबे और स्टील के तारों, जिनका अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (cross sectional area) एकसमान तथा 0.5 cm^2 रहे और लम्बाई क्रमशः $\sqrt{3} \text{ m}$ तथा 1 m है, द्वारा लटकाया जाता है। तारों के दूसरे छोर छत पर चित्रानुसार जुड़े हुए हैं। तांबे और स्टील के तार क्रमशः छत से 30° और 60° का कोण बनाते हैं। यदि तांबे के तार में लंबाई वृद्धि (Δl_c) तथा स्टील के तार में

लंबाई वृद्धि (Δl_s) है तब $\frac{\Delta l_c}{\Delta l_s} = \text{____}$ है।

(तांबे और स्टील का यंग गुणांक क्रमशः $1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ तथा $2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ है।)



Ans. 2.00



In x-direction :

$$T_1 \cos 60^\circ = T_2 \cos 30^\circ$$

$$\frac{T_1}{2} = T_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$T_1 = T_2 \sqrt{3}$$

In y-direction :

$$T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 30^\circ = 100$$

$$T_1 \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{T_2}{2} = 100$$

$$T_2 \times \frac{3}{2} + \frac{T_2}{2} = 100$$

$$T_2 = 50$$

$$T_1 = 50\sqrt{3}$$

$$\frac{\Delta l_c}{\Delta l_s} = \frac{\frac{T_2 \times L_2}{A \times Y_2}}{\frac{T_1 \times L_1}{A \times Y_1}} = \frac{\frac{50 \times \sqrt{3}}{A \times 1 \times 10^{11}}}{\frac{50\sqrt{3} \times 1}{A \times 2 \times 10^{11}}} = 2$$

Ans. 2.00

Geometrical Optics

2. A planar structure of length L and width W is made of two different optical media of refractive indices $n_1 = 1.5$

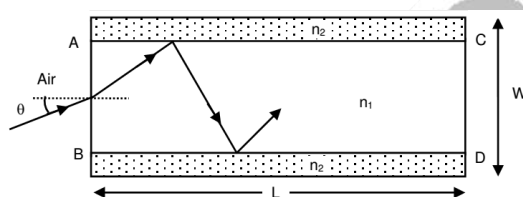
and $n_2 = 1.44$ as shown in figure. If $L \gg W$, a ray entering from end AB will emerge from end CD only if the total internal reflection condition is met inside the structure. For $L = 9.6$ m, if the incident angle θ is varied, the maximum time taken by a ray to exit the plane CD is $t \times 10^{-9}$ s, where t is _____.

[Speed of light $c = 3 \times 10^8$ m/s]

Question ID : 337911126

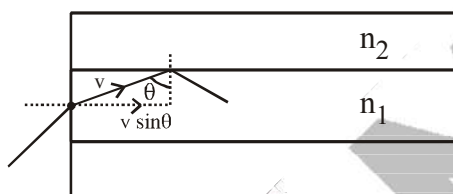
एक L लंबाई तथा W चौड़ाई की एक समतल संरचना दो भिन्न प्रकाशीय पदार्थों से बनी है, जिनका अपवर्तनांक $n_1 = 1.5$ और $n_2 = 1.44$ है, जैसा चित्र में प्रदर्शित है। यदि $L \gg W$ है तब AB सिरे पर आपतित किरण का CD सिरे से उदगमन (emerge) संरचना के अंदर पूर्ण आंतरिक परावर्तन (total internal reflection) होने पर ही होगा। $L = 9.6$ m के लिए, यदि आपतन कोण θ को बदलते हैं तब किरण द्वारा CD सिरे से बाहर निकलने में लिया गया अधिकतम समय $t \times 10^{-9}$ s है, जहाँ t का मान _____ है।

[प्रकाश की गति, $c = 3 \times 10^8$ m/s]



Ans. 50.00

S.



Time taken by ray to exit the plane CD will be maximum when θ is slightly greater than critical angle, because component of velocity of light along the length of structure will be minimum in this case.

$$\text{Speed of light in } n_1 = v = \frac{3 \times 10^8}{1.5} \Rightarrow 2 \times 10^8$$

$$\text{time taken} = t = \frac{9.6}{v \sin \theta} = \frac{9.6}{2 \times 10^8 \times 0.96} \Rightarrow 5 \times 10^{-8} = 50 \times 10^{-9}$$

$$\left(\sin \theta = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.44}{1.5} = 0.96 \right)$$

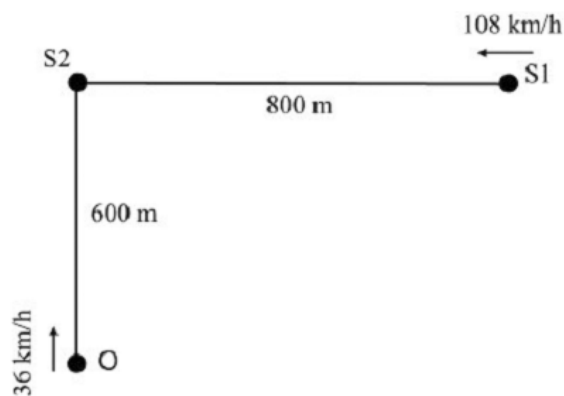
Ans. 50.00

Sound Waves

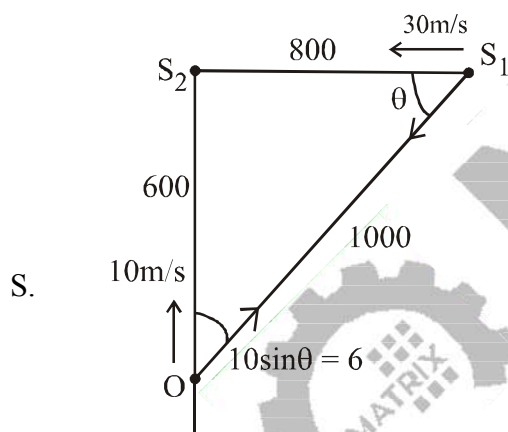
3. A train S1, moving with a uniform velocity of 108 km/h, approaches another train S2 standing on a platform. An observer O moves with a uniform velocity of 36 km/h towards S2, as shown in figure. Both the trains are blowing whistles of same frequency 120 Hz. When O is 600 m away from S2 and distance between S1 and S2 is 800 m, the number of beats heard by O is _____. (Speed of the sound = 330 m/s)

Question ID : 337911123

एक रेलगाड़ी (S1) 108 km/h के समान वेग से चलते हुए दूसरी रेलगाड़ी (S2) जो कि स्टेशन पर खड़ी है, की तरफ जा रही है। एक श्रोता (O) 36 km/h के समान वेग से S2 की तरफ चित्रानुसार जा रहा है। दोनों रेलगाड़ियाँ 120 Hz के समान आवृत्ति की सीटियाँ बजा रही हैं। जब O की दूरी S2 से 600 m है तथा S1 और S2 के बीच की दूरी 800 m है तब O के द्वारा सुने गए विस्पंदनों की संख्या _____ है। (ध्वनि की गति = 330 m/s)



Ans. 8.13 JEE ANS. 8 (7.00-10.00)*



$$\cos \theta = \frac{4}{5} \quad \sin \theta = \frac{3}{5}$$

$$f_1 = 120 \left(\frac{330 + 6}{330 - 24} \right) = 120 \times \frac{336}{306}$$

$$f_2 = 120 \left(\frac{330 + 10}{330} \right) = 120 \times \frac{340}{330}$$

$$f_{\text{beat}} = f_1 - f_2 = 8.13$$

Capacitance

4. A parallel plate capacitor of capacitance C has spacing d between two plates having area A . The region between the plates is filled with N dielectric layers, parallel to its plates, each with thickness $\delta = \frac{d}{N}$. The dielectric constant of the m^{th} layer is $K_m = K \left(1 + \frac{m}{N} \right)$. For a very large $N (> 10^3)$, the capacitance C is $\alpha \left(\frac{K \epsilon_0 A}{d/n2} \right)$. The value of α will be :

[ϵ_0 is the permittivity of free space]

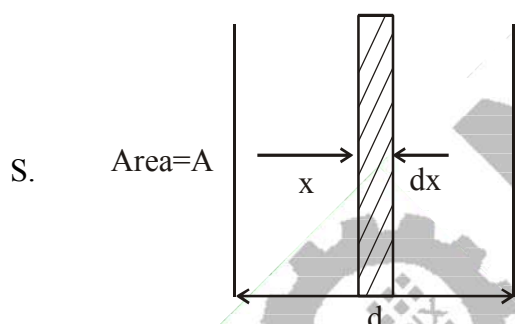
Question ID : 337911124

एक C धारिता वाले समान्तर प्लेट संधारित्र के प्लेटों के बीच की दूरी d है और प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A है। प्लेटों के बीच, पूरे स्थान को प्लेटों के समान्तर, $\delta = \frac{d}{N}$ मोटाई वाली N परावैद्युत परतों से भर देते हैं। m^{th} पर का परावैद्युतांक $K_m = K \left(1 + \frac{m}{N} \right)$ है।

बहुत अधिक $N (> 10^3)$ के लिए धारिता $C = \alpha \left(\frac{K \epsilon_0 A}{d/n2} \right)$ है। α का मान ————— होगा।

[मुक्त आकाश की वैद्युतशीलता ϵ_0 है]

Ans. 1.00



$$K_m = K \left(1 + \frac{m}{N} \right)$$

At $m = 0$; $K_m = K$

At $M = N$; $K_m = 2K$

Since N is very large, we can solve it like a continuously varying function as follows

$$K = K + \frac{K}{d} x$$

$$\text{Capacitance of shaded region} = dC = \frac{A \epsilon_0 K}{dx} \left(1 + \frac{x}{d} \right)$$

$$\frac{1}{C} = \int \frac{1}{dC} = \int_0^d \frac{dx}{A \epsilon_0 K \left(1 + \frac{x}{d} \right)}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{d}{A \epsilon_0 K} \ln(2)$$

$$C = \frac{A \epsilon_0 K}{d \ln(2)}$$

$$\alpha = 1.00$$

Calorimetry

5. A liquid at 30°C is poured very slowly into a Calorimeter that is at temperature of 110°C . The boiling temperature of the liquid is 80°C . It is found that the first 5 gm of the liquid completely evaporates. After pouring another 80 gm of the liquid the equilibrium temperature is found to be 50°C . The ratio of the Latent heat of the liquid to its specific heat will be _____ $^\circ\text{C}$. (Neglect the heat exchange with surrounding)

Question ID : 337911125

एक 30°C के द्रव को एक ऊष्मापी (Calorimeter), जिसका तापमान 110°C , में धीरे-धीरे डाला जाता है। द्रव का क्वथनांक (boiling temperature) 80°C है। ऐसा पाया गया कि द्रव का पहला 5 gm पूर्ण रूप से वाष्पित हो जाता है। इसके बाद द्रव की 80 gm और मात्रा डालने पर साम्यावस्था का तापमान 50°C हो जाता है। द्रव की गुप्त (latent) और विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात _____ $^\circ\text{C}$ होगा। (वातावरण के साथ ऊष्मा स्थानान्तरण को उपेक्षणीय माने)

Ans. 270.00

Sol. First 5gm of liquid completely evaporates. This process brings the temperature of calorimeter to 80°C .

Latent heat of liquid = L

Specific heat of liquid = S

Heat capacity of calorimeter = C

$$5 \times S \times (80 - 30) + 5 \times L = C \times (110 - 80) \quad (1)$$

$$80 \times S \times (50 - 30) = C \times (80 - 50) \quad (2)$$

equation (1) ÷ (2)

$$\frac{250S + 5L}{1600S} = 1$$

$$1350S = 5L$$

$$\frac{L}{S} = 270$$

Ans. 270.00

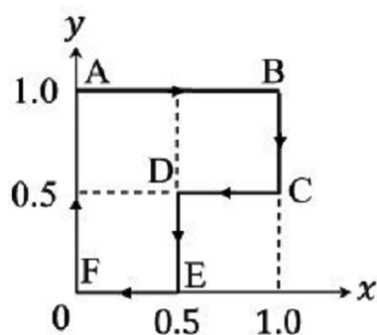
Work, Power & Energy

6. A particle is moved along a path AB-BC-CD-DE-EF-FA, as shown in figure, in presence of a force $\vec{F} = (\alpha y\hat{i} + 2\alpha x\hat{j})\text{ N}$, where x and y are in meter and $\alpha = -1\text{ Nm}^{-1}$. The work done on the particle by this force $\vec{F}$ will be _____ Joule.

Question ID : 337911121

एक कण को बल $\vec{F} = (\alpha y\hat{i} + 2\alpha x\hat{j})\text{ N}$, जहाँ x और y का मान मीटर में है तथा $\alpha = -1\text{ Nm}^{-1}$ है, की उपस्थिति में

AB-BC-CD-DE-EF-FA पथ पर चित्रानुसार चलाया जाता है। बल $\vec{F}$ द्वारा कण पर किये गये कार्य का परिमाण _____ जूल (Joule) होगा।



Ans. 0.75

S. $\vec{F} = (\alpha y \hat{i} + 2\alpha x \hat{j}) \text{ N}$

$$\alpha = -1 \text{ N/m}$$

$$\vec{F} = -y \hat{i} - 2x \hat{j}$$

Path A – B

$$W = \int F_x dx + \int F_y dy$$

$$= - \int_0^1 y dx - \int 2x dy$$

$$= - \int_0^1 1 dx - 0 = -1$$

Path B – C

$$W = - \int y dx - \int 2x dy$$

$$= 0 - \int_1^{0.5} 2 \times 1 \times dy = 1$$

Path C – D

$$W = - \int y dx - \int 2x dy$$

$$= - \int_1^{0.5} 0.5 dx - 0 = 0.25$$

Path D – E

$$W = - \int y dx - \int 2x dy$$

$$= 0 - \int_{0.5}^0 2 \times 0.5 \times dy = 0.5$$

Path E – F



$$W = -\int ydx - \int 2xdy$$

$$= -\int 0dx - 0 = 0$$

$$W_{\text{total}} = 0.75$$

