PART I : PHYSICS
SECTION-I (Maximum Marks : 18)

This section contains SIX (06) questions.

Each question has FOUR options for correct answer(s). ONE OR MORE THAN ONE of these four option(s) is (are) correct option(s).

For each question, choose the correct option(s) to answer the question.

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If only (all) the correct option(s) is (are) chosen.

Partial Marks : +3 If all the four options are correct but ONLY three options are chosen.

Partial Marks : +2 If three or more options are correct but ONLY two options are chosen, both of which are correct options.

Partial Marks : +1 If two or more options are correct but ONLY one option is chosen and it is a correct option.

Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).

Negative Marks : –2 In all other cases.

For Example: If first, third and fourth are the ONLY three correct options for a question with second option being an incorrect option; selecting only all the three correct options will result in +4 marks.

Selecting only two of the three correct options (e.g. the first and fourth options), without selecting any incorrect option (second option in this case), will result in +2 marks. Selecting only one of the three correct options (either first or third or fourth option) ,without selecting any incorrect option (second option in this case), will result in +1 marks. Selecting any incorrect option(s) (second option in this case), with or without selection of any correct option(s) will result in -2 marks

WPE

1. A particle of mass m is initially at rest at the origin. It is subjected to a force and starts moving along the x-axis. Its kinetic energy K changes with time as $dK/dt = \gamma t$ where γ is a positive constant of appropriate dimensions. Which of the following statements is (are) true?

(A) The force applied on the particle is constant

(B) The speed of the particle is proportional to time

(C) The distance of the particle from the origin increases linearly with time

(D) The force is conservative

द्रव्यमान m का एक कण शुरूआत में मूल बिन्दु (origin) पर विरामावस्था में है। कण का एक बल लगाने से वह x-अक्ष पर चलने लगता है और कण की गतिज ऊर्जा K समय के साथ $dK/dt = \gamma t$ के अनुसार परिवर्तित होती है जहां γ एक उचित विमाओं वाला धनात्मक नियतांक है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं –

(A) कण पर लगाया गया बल नियत है।

(B) कण की चाल समय के समानुपातिक है।

(C) कण की मूल बिन्दु से तय की गयी दूरी, समय के साथ तरीके से बढ़ती है

(D) बल संरक्षी है।

S. ABD

$$mv\frac{dv}{dt}=\frac{dk}{dt}=\gamma t$$

$$v\,dv=\frac{\gamma}{m}t\,dt$$

$$\frac{v^2}{2}=\frac{\gamma}{m}\frac{t^2}{2} \qquad \Rightarrow v\propto t$$

$$\frac{dv}{dt}=\text{cons tan t} \qquad \Rightarrow F=\text{constant}$$

$$\frac{dx}{dt}\propto t \qquad \Rightarrow x\propto t^2$$

Properties of Matter

2. Consider a thin square plate floating on a viscous liquid in a large tank. The height h of the liquid in the tank is much less than the width of the tank. The floating plate is pulled horizontally with a constant velocity u_0. Which of the following statements is (are) true ?

(A) The resistive force of liquid on the plate is inversely proportional to h

(B) The resistive force of liquid on the plate is independent of the area of the plate

(C) The tangential (shear) stress on the floor of the tank increases with μ_0

(D) The tangential (shear) stress on the plate varies linearly with the viscosity η of the liquid

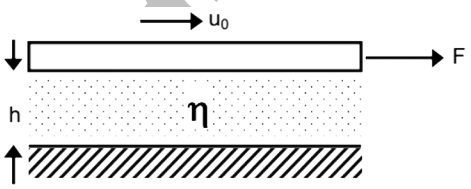
मान लीजिये कि एक श्यान (viscous) द्रव के एक बड़े टैंक की चौडाई से बहुत कम है। तैरती हुई प्लेट को एक नियत वेग (constant) u_0 से क्षैतिज दिशा में खींचा जाता है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (सें) सही है (हैं)

(A) द्रव के द्वारा प्लेट पर लगाया गया प्रतिरोधक बल h के व्युत्क्रमानुपाती है।

(B) द्रव के द्वारा प्लेट पर लगाया गया प्रतिरोधक बल प्लेट के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता है।

(C) टैंक की फर्श परलगता हुआ स्पर्शरेखीय प्रतिबल μ_0 के साथ बढता है।

(D) प्लेट पर लगने वाले स्पर्शरेखिय द्रव की श्यानता η के साथ रेखीय तरीके से बदलती है।



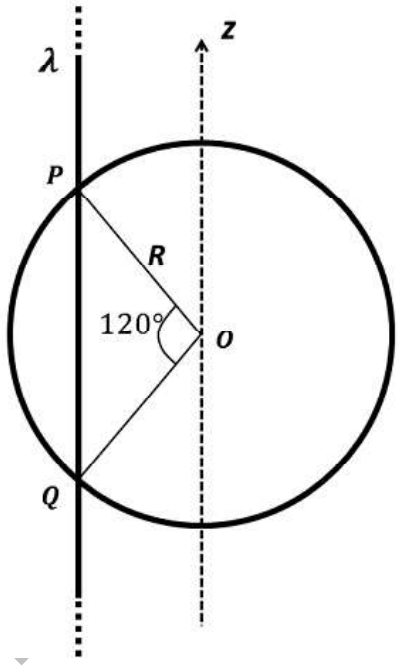
$$f=\eta A\frac{dv}{dy}$$

$$=\eta A\frac{u_0}{h}$$

Electrostatics

3. An infinitely long thin non-conducting wire is parallel to the z-axis and carries a uniform line charge density λ. It pierces a thin non-conducting spherical shell of radius R in such a way that the arc PQ subtends an angle 120° at the centre O of the spherical shell, as shown in the figure. The permittivity of free space is $\in_0$. Which of the following statements is (are) true?

z-अक्ष के समान्तर एक अनन्त लम्बाई की पतली अचालक तार पर एक समान रेखीय आवेश घनत्व λ है। यह तार R त्रिज्या वाले एक पतले अचालक गोलीय कोश को इस प्रकार भेदता है कि आर्क PQ गोलीय कोश के केन्द्र O पर 120° का कोण बनाती है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। मुक्त आकाश का परावैद्युतांक (permittivity of free space) $\in_0$ है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/कौनसे सही है/हैं –



(A) The electric flux through the shell is $\sqrt{3}R\lambda/\in_0$

(B) The z-component of the electric field is zero at all the points on the surface of the shell

(C) The electric flux through the shell is $\sqrt{2}R\lambda/\in_0$

(D) The electric field is normal to the surface of the shell at all points

(A) कोश से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स $\sqrt{3}R\lambda/\in_0$ है।

(B) वैद्युत क्षेत्र (electric field) का z-घटक कोश के पृष्ठ के सभी बिन्दुओं पर शून्य है।

(C) कोश से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स $\sqrt{2}R\lambda/\in_0$ है।

(D) वैद्युत क्षेत्र कोश के पृष्ठ के सभी बिन्दुओं पर लम्बवत् है।

S. AB

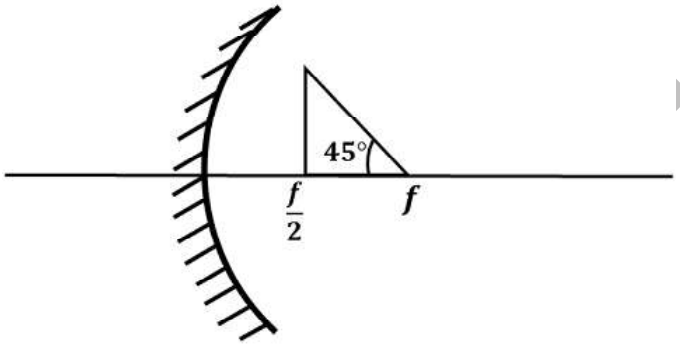
$$Q_{enc} = \lambda\sqrt{3}R$$

$$\phi = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{\sqrt{3}\lambda R}{\epsilon_0}$$

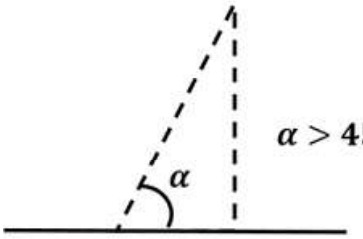
Geomatrical Optics

4. A wire is bent in the shape of a right angled triangle and is placed in front of a concave mirror of focal length f, as shown in the figure. Which of the figures shown in the four options qualitatively represent(s) the shape of the image of the bent wire? (These figures are not to scale.)

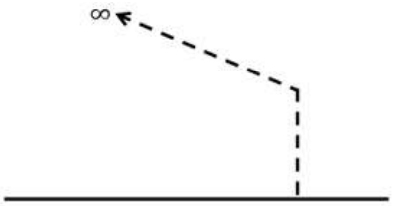
एक तार को एक समकोण त्रिभुज के आकार में मोड़कर *f* फोकस दूरी (focal length) वाले एक अवतल दर्पण के सामने रखा गया है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। चार विकल्प चित्रों में से कौनसा/कौनसे चित्र मुड़े हुये तार के प्रतिबिम्ब का सही आकार गुणात्मक तरीके से दर्शाता है (ये चित्र स्केल के अनुसार नहीं है)



(A)

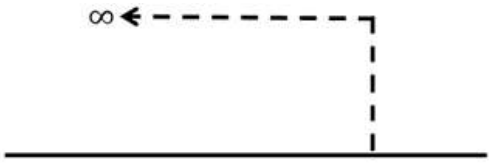


(B)



(C)

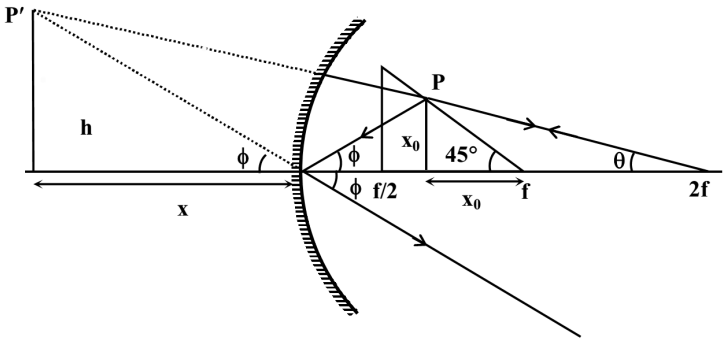
(D)



S. B

$$\tan\phi = \frac{x_0}{f - x_0}$$

$$\frac{h}{x} = \frac{x_0}{f - x_0} \Rightarrow = \frac{h}{x_0}(f - x_0)$$



$$\tan\theta = \frac{x_0}{f + x_0}$$

$$\frac{h}{x + 2f} = \frac{x_0}{f + x_0}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{x_0}(f + x_0) = x + 2f$$

$$\Rightarrow \frac{h}{x_0}(f + x_0) = \frac{h}{x_0}(f - x_0) + 2f$$

$$\Rightarrow 2hx_0 = 2fx_0$$

$$\therefore h = f$$

Nuclear Physics

5. In a radioactive decay chain, ${}^{232}_{90}Th$ nucleus decays to ${}^{212}_{82}Pb$ nucleus. Let N_α and N_β be the number of α and β^- particles, respectively, emitted in this decay process. Which of the following statements is (are) true?

एक रेडियोएक्टिव क्षय श्रृंखला में, ${}^{232}_{90}Th$ नाभिक, ${}^{212}_{82}Pb$ नाभिक में क्षयित होता है। इस क्षय प्रक्रम में उत्सर्जित हुये α तथा β^- कणों की संख्या क्रमशः N_α तथा N_β है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/कौनसे सही है / हैं –

(A) $N_\alpha = 5$ (B) $N_\alpha = 6$ (C) $N_\beta = 2$ (D) $N_\beta = 4$

S. AC

${}_{90}Th^{232} \rightarrow {}_{82}Pb^{212} + x_2He^4 + y_{-1}e^0$

$2x - y = 8$

$4x = 20$

Sound Waves

6. In an experiment to measure the speed of sound by a resonating air column, a tuning fork of frequency 500 Hz is used. The length of the air column is varied by changing the level of water in the resonance tube. Two successive resonances are heard at air columns of length 50.7 cm and 83.9 cm. Which of the following statements is (are) true?

(A) The speed of sound determined from this experiment is 332 ms^{-1}

(B) The end correction in this experiment is 0.9 cm

(C) The wavelength of the sound wave is 66.4 cm

(D) The resonance at 50.7 cm corresponds to the fundamental harmonic

अनुनादी वायु स्तंभ के एक प्रयोग में ध्वनि की चाल मापने के लिए 500 Hz की आवृत्ति वाले एक स्वरित्र द्विभुज (tunning fork) का उपयोग किया जाता है अनुनाद नली में जल का स्तर बदलकर वायु स्तंभ की लम्बाई बदली जाती है। दो उत्तरोत्तर अनुनाद, वायु स्तम्भ की लम्बाई 50.7 cm तथा 83.9 cm पर सुने जाते है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा/से सही है/हैं –

(A) इस प्रयोग से निर्धारित ध्वनि की चाल 332 ms^{-1} है।

(B) इस प्रयोग में अंत्य संशोधन (end correction) 0.9 cm है।

(C) ध्वनि तरंग की तरंगदैर्ध्य (wavelength) 66.4 cm है।

(D) 50.7 cm पर सुने जाने वाला अनुनाद, मूल गुणावृत्ति (fundamental harmonic) है।

S. AC

$(2n+1)\dfrac{\lambda}{4} = 50.7 \text{ cm} + e$ ....(1)

$(2n+3)\dfrac{\lambda}{4} = 83.9 \text{ cm} + e$ ....(2)

$\dfrac{\lambda}{2} = 83.9 - 50.7 = 33.2$

$\Rightarrow \lambda = 66.4\text{cm}$

$\therefore v = f\lambda = 500 \times \dfrac{66.4}{100} = 332\text{m/s}$

$= 0.9$ cm

SECTION 2 (Maximum Marks: 24)

This section contains EIGHT (08) questions. The answer to each question is a NUMERICAL VALUE.

For each question, enter the correct numerical value (in decimal notation, truncated/rounded-off to the second decimal place; e.g. 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) using the mouse and the on-screen virtual numeric keypad in the place designated to enter the answer.

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +3 If ONLY the correct numerical value is entered as answer.

Zero Marks : 0 in all other cases.

Kinematics

7. A solid horizontal surface is covered with a thin layer of oil. A rectangular block of mass m = 0.4 kg is at rest on this surface. An impulse of 1.0 N is applied to the block at time t = 0 so that it starts moving along the x-axis with a velocity $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$, where v_0 is a constant and $\tau = 4$s. The displacement of the block, in metres, at $t = \tau$ is __________. Take $e^{-1} = 0.37$.

एक ठोस क्षैतिज तल तेल की एक पतली परत से ढका हुआ है। द्रव्यमान (mass) m = 0.4 kg का एक आयताकार

गुटका इस तल पर विरामावस्था में है। 1.0 N s परिमाण का एक आवेग गुटके पर $t = 0$ समय पर लगाया जाता है जिसके फलस्वरूप गुटका x-अक्ष पर $v(t) = v_0 e^{-t/\tau}$ वेग से चलने लगता है, जहां v_0 एक स्थिर राशि है और $\tau =$ 4s है। समय $t = \tau$ पर, गुटके का विस्थापन _____ मीटर है। ($e^{-1} = 0.37$ लेंवे)

Ans. 6.30

S. $v_0 = \frac{J}{m} = \frac{1}{0.4} = \frac{5}{2} m/s$

$$s = v_0 \int_0^{\tau} e^{-t/\tau} dt$$

$$= v_0 \tau \left(1 - e^{-1}\right)$$

$$= \left(\frac{5}{2}\right)(4)(0.63) = 6.30m$$

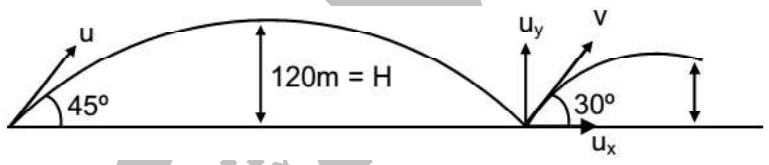
COM

8. A ball is projected from the ground at an angle of 45° with the horizontal surface. It reaches a maximum height of 120 m and returns to the ground. Upon hitting the ground for the first time, it loses half of its kinetic energy. Immediately after the bounce, the velocity of the ball makes an angle of 30° with the horizontal surface. The maximum height it reaches after the bounce, in metres, is

एक गेंद को भूमि पर क्षैतिज तल से 45° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाता है। गेंद 120 m की अधिकतम ऊँचाई पर पहुंच कर भूमि पर वापस लौट आती है। भूमि से पहली बार टकराने के उपरांत गेंद की गतिज ऊर्जा आधी हो जाती है। टकराने के तुरन्त बाद गेंद का वेग क्षैतिज तल से 30° का कोण बनाता है। टकराने के बाद गेंद ..... मीटर की अधिकतम ऊँचाई पर पहुंचती है ?

Ans. 30 m

S.



$K_2 = \frac{1}{2}mu^2$ $\qquad \frac{U_y}{U_x} = \tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$H = \frac{u^2 \sin^2 45°}{2g}$ $\qquad \sqrt{3}u_y = u_x$

$= \frac{u^2}{4g} = 120m$ $\qquad K_f = \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}m\left(u_x^2 + u_y^2\right)$

$$K_f = \frac{1}{2}K_i$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\left(u_x^2 + u_y^2\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}mu^2$$

$$\Rightarrow u_x^2 + u_y^2 = \frac{u^2}{2}$$

$\Rightarrow$ using $u_x = \sqrt{3}u_y$

$\Rightarrow 3u_y^2 + u_y^2 = \frac{u^2}{2}$

$\Rightarrow u_y^2 = \frac{u^2}{8}$

$h = \frac{u_y^2}{2g} = \frac{u^2}{16g} = \frac{1}{4}\left(\frac{u^2}{4g}\right) = \frac{H}{4} = \frac{120}{4} = 30m$

Kinematics

9. A particle, of mass 10^{-3} kg and charge 1.0 C is initially at rest. At time $t = 0$, the particle comes under the influence of an electric field $\vec{E}(t) = E_0 \sin \omega t \hat{i}$, where $E_0 = 1.0 N C^{-1}$ and $\omega = 10^3 rad s^{-1}$. Consider the effect of only the electrical force on the particle. Then the maximum speed, in ms^{-1}, attained by the particle at subsequent times is

एक कण, जिसका द्रव्यमान 10^{-3} kg तथा आवेश 1.0 C है, शुरूआत में विरामावस्था में है। समय $t = 0$ पर यह कण एक विद्युत क्षेत्र $\vec{E}(t) = E_0 \sin \omega t \hat{i}$ के प्रभाव में आता है, जहां $E_0 = 1.0 N C^{-1}$ तथा $\omega = 10^3 rad s^{-1}$ है। कण पर केवल विद्युत बल का ही प्रभाव मानिये। तब परवर्ती (subsequent) समय पर कण की अधिकतम चाल ..... ms^{-1} है ?

Ans. 2.00

S. $qE = qE_0 \sin \omega t = m\frac{dv}{dt}$

$\int_0^v dv = \frac{qE_0}{m}\int_0^{\pi/\omega} \sin \omega t \, dt$

$v = \frac{qE_0}{\omega m}\left(-\cos \omega t\right)_0^{\pi/\omega}$

$= -\frac{qE_0}{m\omega}\left((-\cos \pi) - (\cos 0)\right)$

$= \frac{2qE_0}{m\omega} = 2m/s$

Electromagnetic Induction : EMI

10. A moving coil galvanometer has 50 turns and each turn has an area 2×10^{-4} m^2. The magnetic field produced by the magnet inside the galvanometer is 0.02 T. The torsional constant of the suspension wire is 10^{-4} N m rad^{-1}. When a current flows through the galvanometer, a full scale deflection occurs if the coil rotates by 0.2 rad. The resistance of the coil of the galvanometer is 50Ω. This galvanometer is to be converted into an ammeter

capable of measuring current in the range 0 – 1.0 A. For this purpose, a shunt resistance is to be added in parallel to the galvanometer. The value of this shunt resistance, in ohms, is

एक चल कुंडली गैल्वेनोमीटर में 50 फेरे (turns) है और हर फेरे का क्षेत्रफल 2×10^{-4} m^2 है। गैल्वेनोमीटर में उपस्थित चुम्बक से 0.02 T का चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। निलंबन तार का ऐंठन नियतांक (torsional constant) 10^{-4} N m rad^{-1} है। गैल्वेनोमीटर में धारा बहने के समय, यदि कुंडली 0.2 rad घुमती है तो गैल्वेनोमीटर में पूर्ण पैमाना विक्षेप होता है। गैल्वेनोमीटर की कुंडली का प्रतिरोध 50Ω है। इस गैल्वेनोमीटर को 0 – 1.0 A की रेन्ज (range) में धारा के मापन करने योग्य एक एमीटर के रूप में परिवर्तित करना है। इसके लिए एक शंट प्रतिरोधक को गैल्वेनोमीटर से पार्श्वक्रम में संयोजित करना पड़ता है। इस शंट प्रतिरोधक का मान ..... ओम है ?

Ans. 5.56 or 5.55

S. $N = 50$

$A = 2 \times 10^{-4}$ m^2 $C = 10^{-4}$, $R = 50\ \Omega$, $B = 0.02$ T, $\theta = 0.2$rad

$NiAB = C\theta$

$$i_g = \frac{C\theta}{NAB} = \frac{10^{-4} \times 0.2}{50 \times 2 \times 10^{-4} \times 0.02}$$

$= 0.1$ A

$i_g \times G = (i - i_g)S$

$0.1 \times 50 = (1 - 0.1) \times S$

$5 = 0.9 \times S$

$$S = \frac{50}{9}\Omega$$

Errors and Measurement

11. A steel wire of diameter 0.5 mm and Young's modulus 2×10^{11} N m^{-2} carries a load of mass M. The length of the wire with the load is 1.0 m. A vernier scale with 10 divisions is attached to the end of this wire. Next to the steel wire is a reference wire to which a main scale, of least count 1.0 mm, is attached. The 10 divisions of the vernier scale correspond to 9 divisions of the main scale. Initially, the zero of vernier scale coincides with the zero of main scale. If the load on the steel wire is increased by 1.2 kg, the vernier scale division which coincides with a main scale division is _____. Take $g = 10$ ms^{-2} and $\pi = 3.2$.

एक इस्पात के तार, जिसका व्यास 0.5 mm तथा यंग गुणांक 2×10^{11} N m^{-2} है, से M द्रव्यमान का एक भार लटकाया जाता है। भार लटकाने के बाद तार की लम्बाई 1.0 m है। इस तार के अंत में 10 भागों वाला एक वर्नियर पैमाना लगाया जाता है। इस्पात के तार के पास एक और संदर्भ तार है जिस पर 1.0 mm अल्पतमांक वाला एक मुख्य पैमाना लगा हुआ है वर्नियर पैमाने के 10 भाग मुख्य पैमाने के 9 भागों के बराबर है। शुरूआत में, वर्नियर पैमाने का शून्य मुख्य पैमाने के शून्य से संपाती है। यदि इस्पात के तार पर लटकाया गया भार 1.2 kg से बढ़ाया जाता है, तो मुख्य पैमाने के भाग से संपाती होने वाला वर्नियर पैमाने का भाग _____ है। $g = 10$ ms^{-2} तथा $\pi = 3.2$ लें।

Ans. 3

S. $\Delta l = \dfrac{Fl}{AY}$

$= \dfrac{4Fl}{\pi d^2 Y}$

$= \dfrac{4\times12\times1}{\pi\times25\times10^{-8}\times2\times10^{11}} = 0.3\text{mm}$

10 VSD = 9 MSD

$1\text{VSD} = \dfrac{9}{10}\text{MSD}$

$\therefore$ Least count, L.C. = 1 MSD – 1 VSD

$= \left(1-\dfrac{9}{10}\right)\text{MSD}$

$= \dfrac{1}{10}\text{MSD} = 0.1\text{mm}$

3rd vernier scale division coincides with a main scale division.

Thermodynamics

12. One mole of a monatomic ideal gas undergoes an adiabatic expansion in which its volume becomes eight times its initial value. If the initial temperature of the gas is 100 K and the universal gas constant R = 8.0 J mol^{-1} K^{-1}, the decrease in its internal energy, in Joule, is

एकपरमाण्विक आदर्श गैस (monatomic ideal gas) के एक मोल का आयतन (volume), रूद्धोष्म प्रसार (adiabatic expansion) से, अपने प्रारंभिक मान का आठ गुना बढ़ जाता है। सार्वत्रिक गैस नियतांक R का 8.0 J mol^{-1} K^{-1} लें। यदि गैस का आरंभिक तापमान 100 K हो तो इस प्रक्रिया में गैस की आंतरिक ऊर्जा ..... जूल से कम हो जाती है ?

Ans. 900 J

S. $TV^{\gamma-1} = T_f(8V)^{\gamma-1}$

$\Rightarrow T_f = \dfrac{T}{(8)^{\frac{5}{3}-1}} = \dfrac{T}{4}$

$\Delta U = nC_v\Delta T = \dfrac{f}{2}nR\Delta T = \dfrac{f}{2}1.R.\left(\dfrac{-3T}{4}\right)$

$= -\dfrac{3}{2}\times8\times\dfrac{3}{4}\times100$

= –900 J

decrease in internal energy is 900 J

Modern Physics : Atomic

13. In a photoelectric experiment a parallel beam of monochromatic light with power of 200 W is incident on a perfectly absorbing cathode of work function 6.25 eV. The frequency of light is just above the threshold frequency so that the photoelectrons are emitted with negligible kinetic energy. Assume that the photoelectron

emission efficiency is 100%. A potential difference of 500 V is applied between the cathode and the anode. All the emitted electrons are incident normally on the anode and are absorbed. The anode experiences a force $F = n \times 10^{-4}$ N due to the impact of the electrons. The value of n is _____.

Mass of the electron $m_e = 9 \times 10^{-31}$ kg and 1.0 eV = 1.6×10^{-19} J.

एक प्रकाश विद्युत प्रयोग में 200 W शक्ति वाला एक समान्तर एकवर्णी प्रकाश किरण पुंज पूर्ण रूप से अवशोषित करने वाले एक उत्सर्जक पर गिरता है। उत्सर्जक के पदार्थ का कार्यफलन 6.25 eV है। प्रकाश की आवृत्ति, देहली आवृत्ति से थोड़ी ही अधिक है, जिससे उत्सर्जित होने वाली प्रकाशिक इलेक्ट्रॉनों की गतिज ऊर्जा नगण्य है। मान लिजिये कि प्रकाश विद्युत उत्सर्जन दक्षता 100% है। उत्सर्जक और संग्राहक के बीच 500 V का विभवान्तर लगाया जाता है। उत्सर्जित होने वाले सभी इलेक्ट्रॉन संग्राहक पर अभिलम्ब आपतित होकर अवशोषित हो जाते है। इलेक्ट्रॉनों की संग्राहक पर टक्कर से $F = n \times 10^{-4}$ N का बल लगता है। n का मान _____ है। इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $m_e = 9 \times 10^{-31}$ kg तथा 1.0 eV = 1.6×10^{-19} J है।

Ans. 24.00

S. Number of electrons emitted $N = \frac{200W}{6.25eV}$

rate of change of linear momentum of electrons = $F = N\sqrt{2mk}$

$$F = \frac{200}{1.6 \times 6.25 \times 10^{-19}} \times \sqrt{29 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500} = 24.00$$

Modern Physics : Atomic

14. Consider a hydrogen-like ionized atom with atomic number Z with a single electron. In the emission spectrum of this atom, the photon emitted in the n = 2 to n = 1 transition has energy 74.8 eV higher than the photon emitted in the n = 3 to n = 2 transition. The ionization energy of the hydrogen atom is 13.6 eV. The value of Z is.

एक हाइड्रोजन जैसा आयनिक परमाणु का परमाणु क्रमांक Z है। इस परमाणु में एक ही इलेक्ट्रॉन है इस परमाणु के उत्सर्जन–स्पेक्ट्रम में, n = 2 से n = 1 संक्रमण (transition) से उत्पन्न होने वाले फोटॉन (photon) की ऊर्जा, n = 3 से n = 2 संक्रमण से उत्पन्न होने वाले फोटॉन की ऊर्जा से 74.8 eV अधिक है। हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा (ionization energy) 13.6 eV है। Z का मान है ?

Ans. 3

S. $$13.6Z^2\left(1-\frac{1}{4}\right) = 74.8eV + 13.6z^2\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)$$

$$\Rightarrow 13.6 \times Z^2\left(\frac{11}{18}\right) = 74.8$$

$$\Rightarrow Z^2 = 9 \Rightarrow Z = 3$$

SECTION 3 (Maximum Marks: 12)

This section contains FOUR (04) questions.

Each question has TWO (02) matching lists: LIST-I and LIST-II.

FOUR options are given representing matching of elements from LIST-I and LIST-II. ONLY ONE of these four options corresponds to a correct matching.

For each question, choose the option corresponding to the correct matching.

For each question, marks will be awarded according to the following marking scheme:

Full Marks : +3 If ONLY the option corresponding to the correct matching is chosen.

Zero Marks : 0 If none of the options is chosen (i.e. the question is unanswered).

Negative Marks : –1 In all other cases.

Electrostatics

15. The electric field E is measured at a point P(0, 0, d) generated due to various charge distributions and the dependence of E on d is found to be different for different charge distributions. List-I contains different relations between E and d. List-II describes different electric charge distributions, along with their locations. Match the functions in List-I with the related charge distributions in List-II.

List I	List II
P. E is independent of d	1. A point charge Q at the origin
Q. $E \propto \frac{1}{d}$	2. A small dipole with point charges Q at $(0,0,l)$ and –Q at $(0, 0, -l)$. Take $2l << d$
R. $E \propto \frac{1}{d^2}$	3. An infinite line charge coincident with the x-axis with uniform linear charge density λ
S. $E \propto \frac{1}{d^3}$	4. Two infinite wires carrying uniform linear charge density parallel to the x-axis. The one along $(y = 0, z = l)$ has a charge density $+\lambda$ and the one along $(y = 0, z = -l)$ has a charge density $-\lambda$. Take $2l << d$.
	5. Infinite plane charge coincident with the xy-plane with uniform surface charge density

Codes :

(A) P → 5; Q → 3, 4; R → 1; S → 2

(B) P → 5; Q → 3; R → 1, 4; S → 2

(C) P → 5; Q → 3; R → 1, 2; S → 4

(D) P → 4; Q → 2, 3; R → 1; S → 5

विभिन्न आवेश वितरणों से उत्पन्न होने वाले विद्युत क्षेत्र E का एक बिन्दु P(0, 0, d) पर मापन किया जाता है और इस विद्युत क्षेत्र E की d पर निर्भरता अलग–अलग पायी जाती है। सूची I में E तथा d के बीच में अलग–अलग सम्बन्ध दिये गये है। सूची II विभिन्न प्रकार के आवेश वितरणों और उनके स्थानों को बताती है। सूची I के फलनों का सूची II से संबंधित आवेश वितरणों से सूमेल कीजिये –

सूची I

P. E, d पर निर्भर नहीं करता है।

Q. $E \propto \frac{1}{d}$

R. $E \propto \frac{1}{d^2}$

S. $E \propto \frac{1}{d^3}$

सूची II

1. मूल बिन्दु पर बिन्दु आवेश Q

2. एक लघु द्विध्रुव जिसका बिन्दु आवेश Q जो $(0,0,l)$ पर है तथा –Q जो $(0, 0, -l)$ पर है मानिये $2l << d$

3. अनन्त लम्बाई का एक समान रेखीय आवेश घनत्व λ वाला तार जो x-अक्ष से सम्पाती है

4. अनन्त लम्बाई के एकसमान रेखीय आवेश घनत्व वाले दो तार जो x-अक्ष के समान्तर है। $(y = 0, z = l)$ वाले तार पर $+\lambda$ आवेश घनत्व है तथा $(y = 0, z = -l)$ वाले तार पर $-\lambda$ आवेश घनत्व है मानिये $2l << d$.

5. एकसमान आवेश घनत्व का अनन्त समतल चादर जो xy-तल से सम्पाती है।

Codes :

(A) P → 5; Q → 3, 4; R → 1; S → 2

(B) P → 5; Q → 3; R → 1, 4; S → 2

(C) P → 5; Q → 3; R → 1, 2; S → 4

(D) P → 4; Q → 2, 3; R → 1; S → 5

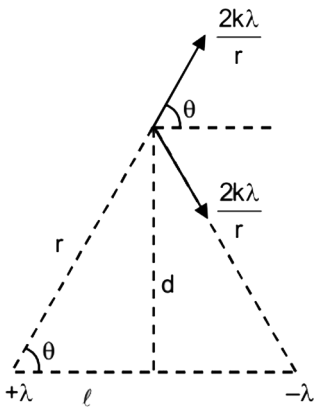
S. B

Ans. (1) in case of point charge $E = \frac{KQ}{d^2}$

(2) in case of dipole $E = \frac{Kp}{d^3}$

(3) For an infinite long line charge $E = \frac{2K\lambda}{d}$

(4)



$$E = \frac{K\lambda}{r}\cos\theta = \frac{k\lambda}{\sqrt{d^2 + l^2}} = \frac{l}{\sqrt{d^2 + l^2}} = \frac{4k\lambda l}{\left(d^2 + l^2\right)} \simeq \frac{2k\lambda l}{d^2}$$

(5) $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Gravitation

16. A planet of mass M, has two natural satellites with masses m_1 and m_2. The radii of their circular orbits are R_1 and R_2 respectively. Ignore the gravitational force between the satellites. Define v_1, L_1, K_1 and T_1 to be, respectively, the orbital speed, angular momentum, kinetic energy and time period of revolution of satellite 1; and v_2, L_2, K_2 and T_2 to be the corresponding quantities of satellite 2.

Given $m_1/m_2 = 2$ and $R_1/R_2 = 1/4$, match the ratios in List-I to the numbers in List-II.

M द्रव्यमान वाले एक ग्रह के दो प्राकृतिक उपग्रह दो वृत्तीय कक्षों में परिक्रमण कर रहे है। उपग्रहों के बीच गुरूत्वाकर्षण बल की उपेक्षा कीजिये पहला उपग्रह, जिसका द्रव्यमान m_1, कक्षीय चाल v_1, कोणीय संवेग L_1, गतिज ऊर्जा K_1 तथा आवर्तकाल T_1 है, R_1 त्रिज्या वाली कक्षा में स्थापित है। दूसरा उपग्रह, जिसका द्रव्यमान m_2, कक्षीय चाल v_2, कोणीय संवेग L_2, गतिज ऊर्जा K_2 तथा आवर्तकाल T_2 है, R_2 त्रिज्या वाली कक्षा में स्थापित है। यदि $m_1/m_2 = 2$ और $R_1/R_2 = 1/4$ हो तो सूची I में दिये गये अनुपातों का सुमेल सूची II में दी गयी संख्याओं के साथ करें

List I	**List II**
P. $\frac{v_1}{v_2}$	1. $\frac{1}{8}$
Q. $\frac{L_1}{L_2}$	2. 1
R. $\frac{K_1}{K_2}$	3. 2
S. $\frac{T_1}{T_2}$	4. 8

Codes :

(A) P → 4; Q → 2; R → 1; S → 3

(B) P → 3; Q → 2; R → 4; S → 1

(C) P → 2; Q → 3; R → 1; S → 4

(D) P → 2; Q → 3; R → 4; S → 1

S. B

(P) $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$

$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2}{1}$

(Q) $L = mvR$

$\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{1} \times \frac{2}{1} \times \frac{1}{4} = 1$

(R) $KE = \frac{GMm}{R}$

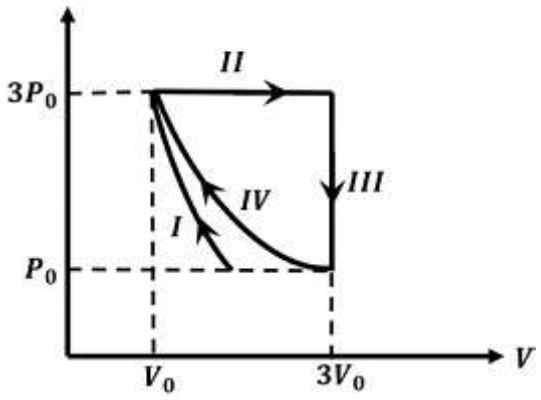
$\frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{1} = 8$

(S) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^{3/2} = \frac{1}{8}$

Thermodynamics

17. One mole of a monatomic ideal gas undergoes four thermodynamic processes as shown schematically in the PV-diagram below. Among these four processes, one is isobaric, one is isochoric, one is isothermal and one is adiabatic. Match the processes mentioned in List-1 with the corresponding statements in List-II.

एकपरमाण्विक आदर्श गैस का एक मोल, चार ऊष्मागतीय प्रक्रमों से गुजरता है, जैसा कि नीचे PV-व्यवस्था चित्र में दर्शाया गया है। यहां दिये गये प्रक्रमों में एक समदाबीय, एक समआयतनिक, एक समतापीय और एक रूद्धोष्म (adiabatic) है। सूची I में दिये गये प्रक्रमों का सूची II में दिये गये संगत कथनों से सुमेल करें –



LIST–I	LIST–II
P. In process I	1. Work done by the gas is zero

Q. In process II — 2. Temperature of the gas remains unchanged

R. In process III — 3. No heat is exchanged between the gas and its surroundings

S. In process IV — 4. Work done by the gas is $6P_0V_0$

सूची –I **सूची–II**

P. प्रक्रम I में — 1. गैस द्वारा किया गया कार्य शून्य है।

Q. प्रक्रम II में — 2. गैस का तापमान नहीं बदलता है।

R. प्रक्रम III में — 3. गैस और परिवेश के बीच ऊष्मा प्रवाह नहीं होता है।

S. प्रक्रम IV में — 4. गैस द्वारा किया गया कार्य $6P_0V_0$ है।

(A) $P \rightarrow 4; Q \rightarrow 3; R \rightarrow 1; S \rightarrow 2$

(B) $P \rightarrow 1; Q \rightarrow 3; R \rightarrow 2; S \rightarrow 4$

(C) $P \rightarrow 3; Q \rightarrow 4; R \rightarrow 1; S \rightarrow 2$

(D) $P \rightarrow 3; Q \rightarrow 4; R \rightarrow 2; S \rightarrow 1$

S. C

(P) Process -1 is adiabatic (Q = 0)

(Q) Process -2 is isobaric

$\Delta w = 6P_0V_0$,

(R) Process -3 is isochoric

$\Delta W = 0$

(S) Process -4 is isothermal (T = constant)

Rotational Dynamics

18. In the List-I below, four different paths of a particle are given as functions of time. In these functions, α and β are positive constants of appropriate dimensions and $\alpha \neq \beta$. In each case, the force acting on the particle is either zero or conservative. In List-II, five physical quantities of the particle are mentioned : $\vec{p}$ is the linear momentum, $\vec{L}$ is the angular momentum about the origin, K is the kinetic energy, U is the potential energy and E is the total energy. Match each path in List-I with those quantities in List-II, which are conserved for that path.

नीचे दी गयी सूची-I में, एक कण के चार विभिन्न पथ, समय के विभिन्न फलनों के रूप में दिये गये है। इन फलनों में α और β उचित विमाओं वाले धनात्मक नियतांक है, जहां $\alpha \neq \beta$ । प्रत्येक पथ में कण पर लगने वाला बल या तो शून्य है या संरक्षी (conservative) है। सूची-II में कण की पांच भौतिक राशियों का विवरण दिया गया है।

$\vec{p}$ रेखीय संवेग (linear momentum) है,, $\vec{L}$ मूल बिन्दु (origin) के सापेक्ष कोणीय संवेग (angular momentum) है, K गतिज ऊर्जा (kinetic energy) है U स्थितिज ऊर्जा है और E कुल ऊर्जा है सूची I के प्रत्येक पथ का सूची II में दिये गये उन राशियों से सुमेल कीजिये, जो उस पथ के लिए संरक्षी है।

List / सूची I — List / सूची II

P. $\vec{r}(t) = \alpha t\,\hat{i} + \beta t\,\hat{j}$ — 1. $\vec{p}$

Q. $\vec{r}(t) = \alpha \cos \omega t\,\hat{i} + \beta \sin \omega t\,\hat{j}$ — 2. $\vec{L}$

R. $\vec{r}(t) = \alpha\left(\cos \omega t\,\hat{i} + \sin \omega t\,\hat{j}\right)$ — 3. K

S. $\vec{r}(t) = \alpha\hat{i} + \frac{\beta}{2}t^2\hat{j}$ 4. U

5. E

Codes :

(A) P $\rightarrow$ 1, 2, 3, 4, 5; Q $\rightarrow$ 2, 5; R $\rightarrow$ 2, 3, 4, 5; S $\rightarrow$ 5

(B) P $\rightarrow$ 1, 2, 3, 4, 5; Q $\rightarrow$ 3, 5; R $\rightarrow$ 2, 3, 4, 5; S $\rightarrow$ 2, 5

(C) P $\rightarrow$ 2, 3, 4; Q $\rightarrow$ 5; R $\rightarrow$ 1, 2, 4; S $\rightarrow$ 2, 5

(D) P $\rightarrow$ 1, 2, 3, 5; Q $\rightarrow$ 2, 5; R $\rightarrow$ 2, 3, 4, 5; S $\rightarrow$ 2, 5

S. A

(P) $\vec{V}$ = constant $\vec{a} = 0$ P $\rightarrow$ 1, 2, 3, 4, 5

(Q) $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ path of the particle is elliptical Q $\rightarrow$ 2, 5

(R) $\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ path of the particle is circular R $\rightarrow$ 2, 3, 4, 5 $|\vec{V}|$ = constant

(S) $\vec{a}$ = constant S $\rightarrow$ 5

MATRIX