PART I : PHYSICS
SECTION-I (Maximum Marks : 28)

This section contains SEVEN questions.

Each question has FOUR options (A), (B), (C) and (D). ONE OR MORE THAN ONE of these four options is (are) correct.

For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS

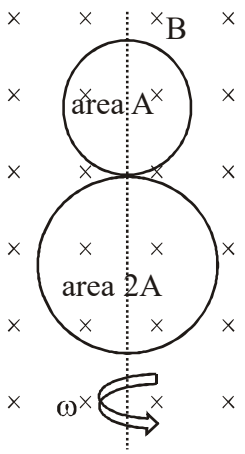
For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks :	+4	If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is (are) darkened.
Partial Marks :	+1	For darkening a bubble corresponding to each correct option, Provided NO incorrect option is darkened.
Zero Marks :	0	If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks :	–2	In all other cases.

For example, if (A), (C) and (D) are all the correct options for a question, darkening all these three will get +4 marks; darkening only (A) and (D) will get +2 marks; and darkening (A) and (B) will get –2 marks, as a wrong option is also darkened

ONE OR MORE THAN ONE CORRECT ANSWER TYPE

1. A circular insulated copper wire loop is twisted to form two loops of area A and 2A as shown in the figure. At the point of crossing the wires remain electrically insulated from each other. The entire loop lies in the plane (of the paper). A uniform magnetic field $\vec{B}$ points into the plane of the paper. At t = 0, the loop starts rotating about the common diameter as axis with a constant angular velocity ω in the magentic field. Which of the following options is/are correct :



(A) The amplitude of the maximum net emf induced due to both the loops is equal to the amplitude of maximum

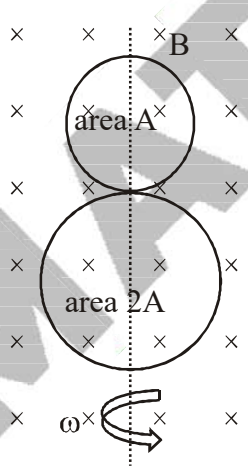
emf induced in the smaller loop alone

(B) The emf induced in the loop is proportional to the sum of the areas of the two loops

(C) The rate of change of the fulx is maximum when the plane of the loops is perpendicular to plane of the paper.

(D) The net emf induced due to both the loops is proportional to cos ωt

एक गोलाकार विद्युत–रोधी ताम्र पर (insulated copper wire) को A तथा 2A वाले दो क्षेत्रफलों के वलयों में व्यावर्तित किया हैं। तारों के अतिक्रमण बिन्दु विद्युतरोधी रहते हैं (जैसा चित्र में दर्शाया गया है)। सम्पूर्ण वलय कागज के तल में स्थित है। कागज के तल के अभिलम्बवत स्थिर तथा एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ सर्वत्र उपस्थित है। वलय अपने सामुदायिक व्यासों से बने अक्ष के परितः समय $t=0$ से ω कोणीय वेग से घुमना प्रारम्भ करता है। निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं?



(A) दोनों वलयों से उत्पन्न अधिकतम कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल (net emf) का आयाम, छोटे वलय में उत्पन्न अधिकतम प्रेषित विद्युत वाहक बल के आयाम के बराबर होगा

(B) प्रेरित विद्युत वाहक बल वलयों के क्षेत्रफलों के योग के समानुपातिक है

(C) जब वलयों का तल कागज के तल से अभिलंब दिशा में होता है तब अभिवाह के परिवर्तन की दर अधिकतम होती है।

(D) दोनों वलयों से उत्पन्न कुल प्रेरित विद्युत वाहक बल cos ωt के समानुपाती है

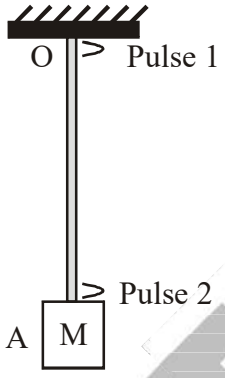
Ans. AC

S. $\phi_1 = BA\cos\omega t$

$|\epsilon_1| = \left|\frac{d\phi}{dt}\right| = BA\omega\sin\omega t$ polarity of ϵ_1 & ϵ_2 will be opposite

$|\epsilon_2| = \left|\frac{d\phi_2}{dt}\right| = B(2A)\omega\sin\omega t$

2. A blcok M hangs vertically at the bottom end of a uniform rope of constant mass per unit length. The top end of the rope is attached to a fixed rigit support at O. A transverse wave pulse (Pulse 1) of wavelength λ_0 is produced at point O on the rope. The pulse takes time T_{OA} to reach point A. If the wave pulse of wavelength λ_0 is produced at point A (Pulse 2) without disturbing the position of M it takes time T_{AO} to reach point O. Which of the following option is/are correct :



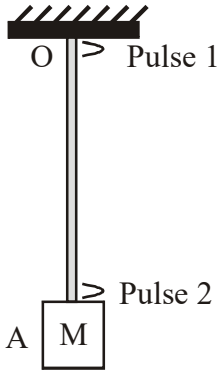
(A) The velocity of any pulse along the rope is independent of its frequency and wavelength

(B) The time $T_{AO} = T_{OA}$

(C) The velocities of the two pulses (Pulse 1 and Pulse 2) are the same at the midpoiont of rope

(D) The wavelength of Pulse 1 becomes longer when it reaches point A

एक समान रैखिक घनतावाले (uniform mass per unit length) उर्ध्वाधर डोर के निचले सिरे पर एक गुटका M लटका हुआ है। डोर का दूसरा सिरा दृढ़ आधार (बिन्दु O) से संलग्न है। तरंगदैर्ध्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 1, pulse 1) बिन्दु O पर उत्पन्न की गयी है। ये तरंग स्पंद बिन्दु O से बिन्दु A तक T_{OA} समय में पहुँचती है। गुटके M को बिना विक्षेभित किये हुए बिन्दु A पर निर्माण की गई तरंगदैर्ध्य λ_0 की अनुप्रस्थ तरंग स्पंद (स्पंद 2, Pulse 2), बिन्दु A से बिन्दु O तक T_{AO} समय में पहुँचती है। निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं:



(A) डोर के अनुदिश प्रेषित किसी भी स्पंद का वेग उसकी आवृति एवं तरंगदैर्ध्य पर निर्भर नहीं है

(B) समय $T_{AO} = T_{OA}$

(C) डोर के मध्य बिन्दु पर स्पंद 1 (Pulse 1) तथा स्पंद 2 (Pulse 2) का वेग समान है

(D) स्पंद 1 की तरंगदैर्ध्य बिन्दु A तक पहुँचने में लम्बी हो जायेगी

Ans. AB

S. $V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, so speed at any position will be same for both pulses, therefore time taken by both pulses will be same.

$\lambda f = v \Rightarrow \lambda = \frac{V}{f} \Rightarrow \propto V$, since when pulse 1 reaches at A, speed decreases therefore λ decreases.

At mid point, magnitude of velocity is same, but direction will be opposite. Hence velocity will be in opposite direction.

3. A flat plate is moving normal to its plane through a gas under the action of a constant force F. The gas is kept at a very low pressure. The speed of the plate v is much less than the average speed u of the gas molecules. Which of the following option is/are true :

(A) The plate will continue to move with constant non-zero acceleration, at all times

(B) The resistive force experienced by the plate is proportional to v

(C) The pressure difference between the leading and trailing faces of the plate is proportional to uv.

(D) At a later time the external force F balances the resistive force

एक सपाट प्लेट (flat plate) अल्प दाब के गैस में, अपने तल की अभिलंब दिशा में, बाह्य बल F के प्रभाव में अग्रसरित है। प्लेट की गति v, गैस अणुओं के औसत गति u से बहुत कम है। निम्न में से कौनसा/कौनसे कथन सही है/हैं?

(A) प्लेट सर्वदा शुन्येतर स्थिर त्वरण (constant non-zero acceleration) से चलती रहेगी

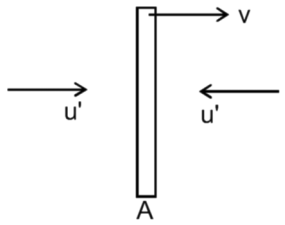
(B) प्लेट द्वारा अनुभव हुआ प्रतिरोधक बल v के समानुपाती है

(C) प्रतिगामी एवं अनुगामी पृष्ठ के दबाव का अंतर uv के समानुपाती है

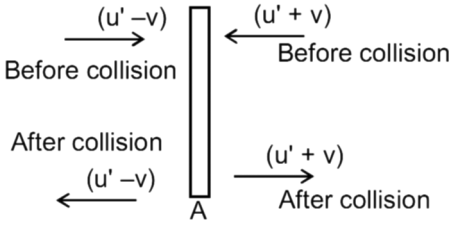
(D) कुछ समय के बाद बाह्य बल F और प्रतिरोधक बल संतुलित हो जाएंगे

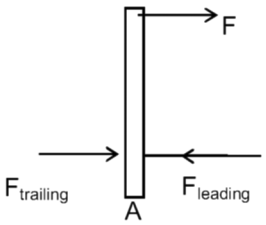
Ans. BCD

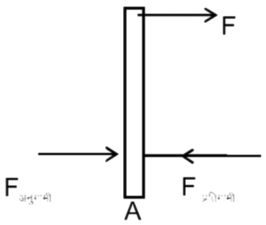
S. $u' = \alpha u$, α = constant



w.r.t plane







$F_{leading} = 2\rho A(u' + v)^2$

$F_{trailing} = 2\rho A(u' - v)^2$

$F_{leading} - F_{trailing} = 2\rho A(4u' v) = 8\rho Au'v$

Pressure difference $= \dfrac{F_{leading} - F_{trailing}}{Area} = 8\rho u' v = 8\rho\alpha uv$

Net force on plate

$F_{net} = F - 8\rho A\alpha uv = \dfrac{mdv}{dt}$

After long time v will be sufficient so $F = 8\ \rho A\alpha uv$

After that v = constant, i.e. plate will achieve terminal velocity.

4. A human body has a surface area of approximately 1 m^2. The normal body temperature is 10 K above the surrounding room temperature T_0. Take the room temperature to be $T_0 = 300$ K. For $T_0 = 300$ K, the value of $\sigma T_0^4 = 460\ Wm^{-2}$ (where σ is the Stefan-Boltzmann constant). Which of the following options is/are correct?

(A) The amount of energy radiated by the body in 1 second is close to 60 Joules

(B) If the body temperature rises significantly then the peak in the spectrum of electromagnetic radiation emitted by the body would shift to longer wavelengths

(C) If the surrounding temperature reduces by a small amount $\Delta T_0 << T_0$, then to maintain the same body temperature the same (living) human being needs to radiate $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ more energy per unit time

(D) Reducing the exposed surface area of the body (e.g. by curling up) allows humans to maintain the same body temperature while reducing the energy lost by radiation

मानवीय पृष्ठीय क्षेत्रफल लगभग 1 m^2 होता है। मानव शरीर का तापमान परिवेश के तापमान से 10 K अधिक होता है। परिवेश तापमान $T_0 = 300$ K है, इस परिवेश तापमान के लिए $\sigma T_0^4 = 460\ Wm^{-2}$ है। जहाँ σ स्टीफान–बोल्ट्जमान नियतांक (Stefan-Boltzmann constant) है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/है ?

(A) मानवीय शरीर से 1 सेकण्ड में निकटतम विकरित ऊर्जा 60 Joules है

(B) मानवीय शरीर के तापमान में अगर सार्थक वृद्धि हो तब प्रकाश चुम्बकीय विकरण स्पैक्ट्रम की शिखर तरंग–दैर्ध्य (peak in the electromagnetic spectrum) दीर्घ तरंग–दैर्ध्य की ओर विस्थापित होती है

(C) परिवेश तापमान अगर ΔT_0 से घटता है ($\Delta T_0 << T_0$) तब मानव के शरीर को तापमान का अनुरक्षण करने के लिए $\Delta W = 4\sigma T_0^3 \Delta T_0$ अधिक ऊर्जा विकिरित करनी पड़ती है

(D) पृष्ठीय क्षेत्रफल घटाने (जैसे : सिकुड़ने से) से मानव अपने शरीर से विकिरित ऊर्जा घटाते हैं एवं अपने शरीर का तापमान अनुरक्षित करते है

Ans. CD

S. (A) Since the temperature of the body remains same, therefore heat radiated by the body is same as before.

($W_1 = \sigma a T^4 = \sigma a (310)^4$)

(B) $W \propto$ Area

If exposed area decreases, energy radiated also decreases.

(C) $\lambda_m T = b \quad \Rightarrow T \uparrow, \lambda_m \downarrow$

(D) ($W_1 = \sigma a T^4 = \sigma a (310)^4$)

Since it is given that $\sigma T_0^4 = 460\,Wm^{-2}$

Hence, $\sigma a (310)^4 > 460\ Wm^{-2}$

So (D) option is wrong

5. For an isosceles prism of angle A and refractive index μ, it is found that the angle of minimum deviation $\delta_m = A$. Which of the following options is/are correct :

(A) For the angle of incidence $i_1 = A$, the ray inside the prism is parallel to the base of the prism

(B) For this prism, the refractive index μ and the angle of prism A are related as $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$

(C) At minimum deviation, the incident angle i_1 and the refracting angle r_1 at the first refracting surface are related by $r_1 = (i_1/2)$

(D) For the prism, the emergent ray at the second surface will be tangential to the surface when the angle of incidence at the first surface is $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1}-\cos A\right]$

एक समद्विबाहु प्रिज्म का प्रिज्म कोण A है (isosceles prism of angle A) । प्रिज्म का अपवर्तनांक μ है। इस प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण (angle of minimum deviation) $\delta_m = A$ है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?

(A) जब प्रिज्म का आपतन कोण $i_1 = A$ है तब प्रिज्म के भीतर प्रकाश किरण प्रिज्म के आधार के समानान्तर होगी

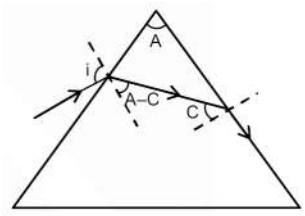
(B) प्रिज्म का अपवर्तनांक μ एवं प्रिज्म कोण (A), $A = \frac{1}{2}\cos^{-1}\left(\frac{\mu}{2}\right)$ द्वारा संबंधित है

(C) न्यूनतम विचलन में आपतित कोण i_1 एवं प्रथम अपवर्तक तल के अपवर्तक कोण $r_1 = (i_1/2)$ द्वारा संबंधित है

(D) जब पहले तल पर आपतन कोण $i_1 = \sin^{-1}\left[\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1}-\cos A\right]$ है, तब इस प्रिज्म के लिए द्वितीय तल से निर्गत किरण प्रिज्म के पृष्ठ से स्पर्शीय होगी (tangential to the emergent surface)

Ans. ACD

S.



$$\mu = \frac{\sin\left(\frac{A+\delta_{min}}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}} = \frac{\sin A}{\sin\frac{A}{2}} = 2\cos\frac{A}{2}$$

$i = A$ $\qquad r_1 = \frac{A}{2}$

$A = 2\cos^{-1}(\mu/2)$

$$\sin C = \frac{1}{\mu}, \cos C = \sqrt{1-\frac{1}{\mu_2}}$$

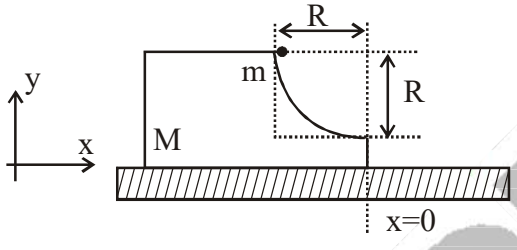
$$\sin i = \mu\sin(A-C) = \mu(\sin A\cos C - \cos A\sin C)$$

$$= \mu\left(\sin A\sqrt{1-\frac{1}{\mu^2}} - \frac{\cos A}{\mu}\right) = \left(\sin A\sqrt{\mu^2-1} - \cos A\right) = \left(\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1} - \cos A\right)$$

$$i = \sin^{-1}\left(\sin A\sqrt{4\cos^2\frac{A}{2}-1} - \cos A\right)$$

(C) In this option, it has been assumed that the refracting sides (Incident and emergent side) of isosceles triangle are equal. Therefore, the ray inside the prism is parallel to the prism.

6. A block of mass M has a circular cut with a frictionless surface as shown. The block rests on the horizontal frictionless surface of a fixed table. Initially the right edge of the block is at x = 0, in a co-ordinate system fixed to the table. A point mass m is released from rest at the topmost point of the path as shown and it slides down. When the mass loses contact with the block, its position is x and the velocity is v. At that instant, which of the following options is/are correct?



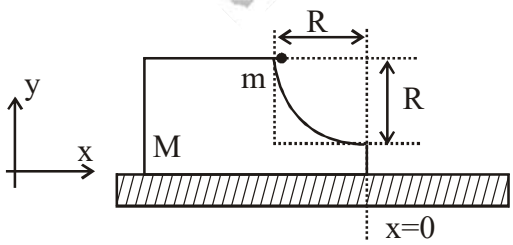
(A) The x component of displacement of the centre of mass of the block M is $-\frac{mR}{M+m}$

(B) The velocity of the point mass m is : $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$

(C) The velocity of the point mass m is : $x = -\sqrt{2}\frac{mR}{M+m}$

(D) The velocity of the block M is : $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$

वृत्ताकार चाप वाले एक गुटके का द्रव्यमान M है। ये गुटका एक घर्षण रहित मेज पर स्थित है। मेज के सापेक्ष्य (in a coordinate system fixed to the table) गुटके का दाहिना कोर (right edge) x = 0 पर स्थित है। द्रव्यमान m वाले एक बिन्दु कण को वृत्ताकार चाप के उच्चतम बिन्दु से विरामावस्था से छोड़ा जाता है। ये बिन्दु कण वृत्ताकार पथ पर नीचे की और सरकता है। जब बिन्दु कण गुटके से संपर्क विहीन हो जाता है, तब उसकी तात्क्षणिक स्थिति x और गति v है। निम्न में से कौन सा (से) कथन सही है/हैं ?



(A) गुटके (M) के संहति केन्द्र के विस्थापन का x घटक (x co-ordinate) $-\frac{mR}{M+m}$

(B) बिन्दु कण (m) का वेग $v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}$ है

(C) बिन्दु कण (m) का स्थान $x = -\sqrt{2}\frac{mR}{M+m}$ है

(D) गुटके (M) का वेग $V = -\frac{m}{M}\sqrt{2gR}$ है

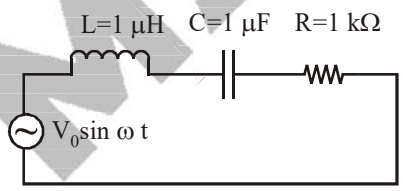
Ans. AB

S. If speed of point mass is v, then using conservation of linear momentum $V = \frac{mv}{M}$

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}M\left(\frac{mv}{M}\right)^2; \quad mgR = \frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{1+\frac{m}{M}}}; \quad x_M = -\left(\frac{mR}{M+m}\right)$$

7. In the circuit shown, L = 1 μH, C = 1 μF and R = 1 kΩ. They are connected in series with an a.c. source $V = V_0 \sin \omega t$ as shown. Which of the following option is/are correct :



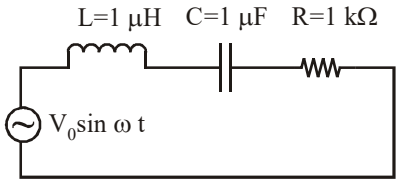
(A) The frequency at which the current will be in phase with the voltage is independent of R.

(B) The current will be in phase with the voltage if $\omega = 10^4$ rad.s^{-1}

(C) At $\omega >> 10^6$ rad.s^{-1}, the circuit behaves like a capacitor

(D) At $\omega \sim 0$ the current flowing through the circuit becomes nearly zero.

चित्र में दिखाये गए परिपथ में, L = 1 μH, C = 1 μF तथा R = 1 kΩ है। एक परिवर्ती वोल्टता ($V = V_0 \sin \omega t$) स्त्रोत से श्रेणी संबंध है। निम्न में से कौनसा (से) कथन सही है/है ?



(A) जब विद्युत धारा वोल्टता की समकला में होगी तो वह आवर्ति R पर निर्भर नहीं करेगी

(B) जब $\omega = 10^4$ rad.s^{-1} होगी तब विद्युत धारा (electric current) वोल्टता की समकला में होगी

(C) जब $\omega >> 10^6$ rad.s^{-1}, परिपथ संधारित्र (capacitor) की तरह व्यवहार करता है

(D) जब ω~0 होगी तब परिपथ में बहती धारा शून्य के निकट होगी

Ans. AD

S. Current will be in phase with voltage at resonant frequency.

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^6 \text{ sec}^{-1}$$

If $\omega > \omega_0$ Circuit behaves like inductive.

If w~ 0 $\quad Z \to \infty \Rightarrow I \to 0$

SECTION-II (Maximum Marks : 15)

This section contains FIVE questions.

The answer to each question is a SINGLE DIGIT INTEGER ranging from 0 to 9, both inclusive.

For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS.

For each question, marks will be awarded in one of the following categories :

Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct answer is darkened.

Zero Marks : 0 In all other cases.

8. A drop of liquid of radius $R = 10^{-2}$ m having surface tension $S = \frac{0.1}{4\pi} Nm^{-1}$ divides itself into K identical drops.

In this process the total change in the surface energy $\Delta U = 10^{-3}$ J. If $K = 10^{\alpha}$ then the value of α is :

पृष्ठ–तनाव (surface tension) $S = \frac{0.1}{4\pi} Nm^{-1}$ के द्रव के एक बूंद की त्रिज्या $R = 10^{-2}$ m है, जिसे K समरूप बूंदों में विभाजित किया गया है। पृष्ठ–ऊर्जा का बदलाव $\Delta U = 10^{-3}$ J है। यदि $K = 10^{\alpha}$ है तब α का मान होगा :

Ans. 6

S. $\frac{4}{3}\pi R^3 = k\frac{4}{3}\pi r^3$

$$r = \frac{R}{(k)^{1/3}}$$

$\Delta U = (k4\pi r^2 - 4\pi R^2)T$

$$= 4\pi T\left[k\frac{R^2}{k^{2/3}} - R^2\right]$$

$= 4\pi R^2 T[k^{1/3} - 1] = 10^{-3}$

$$4\pi \times 10^{-4} \times \frac{10^{-1}}{4\pi}\left[k^{1/3} - 1\right] = 10^{-3}$$

$k^{1/3} - 1 = 100$

$10^{\alpha/3} - 1 = 100$

$10^{\alpha/3} = 101$

$\alpha = 6$

9. A stationary source emits sound of frequency $f_0 = 492$ Hz. The sound is reflected by a large car approaching the source with a speed of 2 ms^{-1}. The reflected signal is received by the source and superposed with the original. What will be the beat frequency of the resulting signal in Hz ?

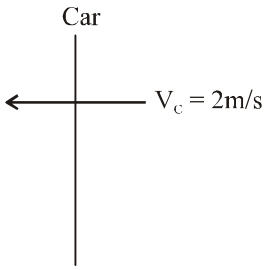
(Given that the speed of sound in air is 330 ms^{-1} and the car reflects the sound at the frequency it has received)

एक स्थिर स्त्रोत आवृति $f_0 = 492$ Hz की ध्वनि उत्सर्जित करता है। 2 ms^{-1} के गति से अपगमनी कार से यह ध्वनि परावर्तित होती है। ध्वनि स्त्रोत परावर्तित संकेत को प्राप्त कर के मूल संकेत पर अध्यारोपित (superpose) करता है। तब परिणामी सिग्नल की विस्पंद-आवृत्ति (beat frequency) है।

(ध्वनि की गति 330 ms^{-1} है। कार ध्वनि को उसकी प्राप्त हुइ आवृति पर परावर्तित करती है)

Ans. 6

S.



Frequency observed at car

$$f_1 = f_0\left(\frac{V + V_C}{V}\right)$$

Frequency of reflected sound as observed at the source

$$f_2 = f_1\left(\frac{V}{V - V_C}\right) = f_0\left(\frac{V + V_C}{V - V_C}\right)$$

beat frequency $= f_2 - f_0$

$$= f_0\left[\frac{V + V_C}{V - V_C} - 1\right]$$

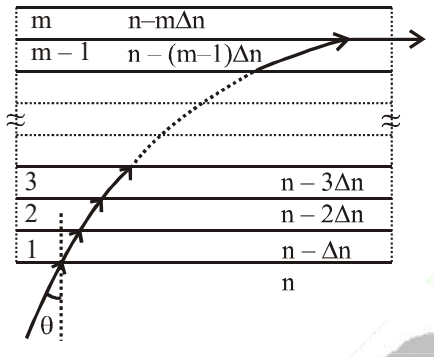
$$= f_0\left[\frac{2V_C}{V - V_C}\right]$$

$$= 492 \times \frac{2 \times 2}{328} = 6 \text{beat / s}$$

10. A monochromatic light is travelling in a medium of refractive index n = 1.6. It enters a stack of glass layers from the bottom side at an angle $\theta = 30°$. The interfaces of the glass layers are parallel to each other. The refractive indices of different glass layers are monotonically decreasing as $n_m = n - m\Delta n$, where n_m is the refractive index of the m^{th} slab and $\Delta n = 0.1$ (see the figure). The ray is refracted out parallel to the interface between the $(m-1)^{th}$ and m^{th} slabs from the right side of the stack. What is the value of m.

एकवर्णी प्रकाश (monochromatic light) अपवर्तनांक n = 1.6 वाले माध्यम में प्रगामी है। यह प्रकाश काँच की चीती (stack of glass layers) पर निचले सतह से $\theta = 30°$ कोण पर आपतित होता है (जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है) । काँचों के स्तर

परस्पर समान्तर है। काँच के चीती के अपवर्तनांक एकदिष्ट $n_m = n - m\Delta n$, क्रम से घट रहे है। यहाँ m स्तर का अपवर्तनांक n_m है। और $\Delta n = 0.1$ है। प्रकाश किरण $(m-1)$ एवं m स्तर के पृष्ठतल से समान्तर दिशा में दाईं ओर से बाहर निकलता है। तब m का मान होगा।



Ans. 8

S. $1.6\sin\theta = (n - m\Delta n)\sin 90°$

$1.6\sin\theta = n - m\Delta n$

$1.6 \times \frac{1}{2} = 1.6 - m(0.1)$

$0.8 = 1.6 - m(0.1)$

$m \times 0.1 = 0.8$

$m = 8$

11. An electron in a hydrogen atom undergoes a transition from an orbit with quantum number n_i to another with quantum number n_f. V_i and V_f are respectively the initial and final potential energies of the electron. If $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, then the smallest possible of is n_f is

एक हाइड्रोजन परमाणु का एक इलेक्ट्रॉन n_i क्वान्टम संख्या वाले कक्ष से n_f क्वांटम संख्या के कक्ष में प्रवेश करता है। V_i तथा V_f प्राथमिक एवं अंतिम स्थितिज ऊर्जाऐं है। यदि $\frac{V_i}{V_f} = 6.25$, तब n_f की न्यूनतम सम्भावी संख्या है।

Ans. 5

S. $PE = V = -\frac{13.6 \times 2}{n^2}$

$$\frac{V_i}{V_f} = \frac{13.6 \times 2\left(\frac{1}{n_1^2}\right)}{13.6 \times 2\left(\frac{1}{n_2^2}\right)} = 6.25$$

$$\frac{n_2^2}{n_1^2} = 6.25$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{2} \qquad n_1 = 2;\ n_2 = 5$$

12. ^{131}I is an isotope of Iodine that β decays to an isotope of Xenon with a half-life of 8 days. A small amount of a serum labelled with ^{131}I is injected into the blood of a person. The activity of the amount of ^{131}I injected was 2.4×10^5 Becquerel (Bq). It is known that the injected serum will get distributed uniformly in the blood stream in less than half an hour. After 11.5 hours, 2.5 ml of blood is drawn from the person's body, and gives an activity of 115 Bq. The total volume of blood in the person's body, in liters is approximately

(you may use $e^x \approx 1+x$ for $|x| << 1$ and $\ln 2 \approx 0.7$)

आयोडीन का समस्थानिक ^{131}I, जिसकी अर्ध–आयु 8 दिन है, β-क्षय के कारण जेनोन के समस्थानिक में क्षयित होता है। अल्प मात्रा का ^{131}I चिठ्ठित (labelled) सीरम (serum) मानव शरीर में अन्तः क्षिप्त (inject) किया गया, जिस मात्रा की ऍक्टिवता (activity) 2.4×10^5 बेकेरेल (Becquerel) है। यह सीरम रूधिर धारा में आधे घंटे में एकसमान वितरित होता है। अगर 11.5 घंटे बाद 2.5 ml रक्त 115 बेकेरेल की ऍक्टिवता दर्शाता है, तब मानव शरीर में रक्त आयतन (लीटर में) है

(आप $e^x \approx 1+x$ for $|x| << 1$ एवं $\ln 2 \approx 0.7$ का उपयोग कर सकते है।)

Ans. 5

S. $I^{131} \xrightarrow[T_{1/2}=8\text{days}]{} Xe^{131} + \beta$

$A_0 = 2.4 \times 10^5\ \text{Bq} = \lambda N_0$

Let the volume is V,

$t = 0 \qquad A_0 = \lambda N_0$

$t = 11.5\ \text{Hrs} \qquad A = \lambda N$

$$115 = \lambda\left(\frac{N}{V}\times 2.5\right)$$

$$115 = \frac{\lambda}{V}\times 2.5\times(N_0 e^{-\lambda t})$$

$$115 = \frac{(N_0\,\lambda)}{V}\times(2.5)\times e^{-\frac{\ln 2}{8\text{day}}(11.5\text{Hr})}$$

$$115 = \frac{(2.4\times10^5)}{V}\times(2.5)\times e^{-1/24}$$

$$V = \frac{2.4\times10^5}{115}\times 2.5\left[1-\frac{1}{24}\right]$$

$$= \frac{2.4\times10^5}{115}\times 2.5\left[\frac{23}{24}\right]$$

$$= \frac{10^5 \times 23 \times 25}{115 \times 10^2} = 5 \times 10^3 \text{ ml} = 5 \text{ liter}$$

SECTION–3 : (Maximum Marks : 18)

This section contains SIX questions of matching type.
This section contains TWO tables (each having 3 columns and 4 rows)
Based on each table, there are THREE questions
Each question has FOUR options (A), (B), (C) and (D). ONLY ONE of these four options is correct
For each question, darken the bubble corresponding to the correct option in the ORS.
For each question, marks will be awarded in one of the following categories :
Full Marks : +3 If only the bubble corresponding to the correct option is darkened.
Zero Marks : 0 If none of the bubbles is darkened.
Negative Marks : –1 In all other cases

ANSWER 13 to 15 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

A changed particle (electron or proton) is introduced at the origin ($x = 0, y = 0, z = 0$) with a given initial velocity $\vec{v}$. A uniform electric field $\vec{E}$ and a uniform magnetic field $\vec{B}$ exist everywhere. The velocity $\vec{v}$, electric field $\vec{E}$ and magnetid field $\vec{B}$ are given in column 1,2 and 3 resepectively. The quantities E_0, B_0 are positive in magnitude.

Column I	**Column II**	**Column III**
(I) Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II) Electron with $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$	(ii) $\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0\hat{x}$
(III) Proton with $\vec{v} = 0$	(iii) $\vec{E} = -E_0\hat{x}$	(R) $\vec{B} = B_0\hat{y}$
(IV) Proton with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{N_0}\hat{x}$	(iv) $\vec{E} = E_0\hat{x}$	(S) $\vec{B} = B_0\hat{z}$

नीचे दी गयी टेबल के तीन कालमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 13, 14 एवं 15 के उत्तर दीजिये।

एक चार्जयुक्त कण (इलेक्ट्रान या प्रोटोन) आरंभिक गति $\vec{v}$ से मूल बिन्दु ($x = 0, y = 0, z = 0$) पर प्रस्तुत (introduced) होता है। स्थिर तथा एकसमान विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ एवं चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ संर्वत्र उपस्थित है। कण की गति $\vec{v}$, विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ निम्न कॉलमों 1,2 एवं 3 में क्रमशः दर्शाये गये है। E_0, B_0 के मान धनात्मक है।

कॉलम **I**	कॉलम **II**	कॉलम **III**
(I) Electron with $\vec{v} = 2\frac{E_0}{B_0}\hat{x}$	(i) $\vec{E} = E_0\hat{z}$	(P) $\vec{B} = -B_0\hat{x}$
(II) Electron with $\vec{v} = \frac{E_0}{B_0}\hat{y}$	(ii) $\vec{E} = -E_0\hat{y}$	(Q) $\vec{B} = B_0\hat{x}$

(III) Proton with $\vec{v}=0$ (iii) $\vec{E}=-E_0\hat{x}$ (R) $\vec{B}=B_0\hat{y}$

(IV) Proton with $\vec{v}=2\frac{E_0}{N_0}\hat{x}$ (iv) $\vec{E}=E_0\hat{x}$ (S) $\vec{B}=B_0\hat{z}$

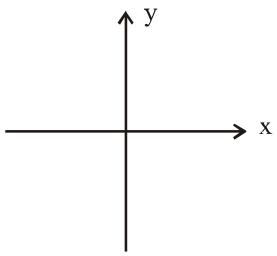
13. In which case will the particle describe a helical path with axis along the positive z direction :

किस स्थिति में कण +z अक्ष अनुदिश कुंडलिनी पथ (helical path along positive z-axis) का अनुसरण करेगा ?

(A) (III)(iii)(P) (B) (IV)(i)(S) (C) (II)(ii)(R) (D) (IV)(ii)(R)

Ans. B

S.



For constant velocity

$\vec{F}=q\vec{E}+q\left(\vec{V}\times\vec{B}\right)=0$

$\vec{E}=-\left(\vec{V}\times\vec{B}\right)$

ans. (C)

$-E_0\hat{x}=-\left[\frac{E_0}{B_0}\hat{y}\times B_0\hat{z}\right]$

14. In which case will the particle move in a straight line with constant velocity :

किस स्थिति में कण अचल गति से सीधी रेखा में चलन करता है :

(A) (III)(ii)(R) (B) (II)(iii)(S) (C) (IV)(i)(S) (D) (III)(iii)(P)

Ans. B

S. For helix with axis along positive z–direction magnetic field should be along z–direction.

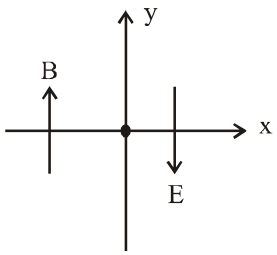
15. In which case would the particle move in a straight line along the negative direction of y-axis (i.e., move along $-\hat{y}$) :

किस स्थिति में कण सीधी रेखा में ऋणात्मक y-अक्ष (neative y-axis) की दिशा में चलेगा ?

(A) (III)(ii)(P) (B) (II)(iii)(Q) (C) (IV)(ii)(S) (D) (III)(ii)(R)

Ans. D

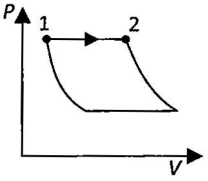
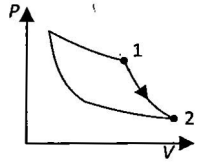
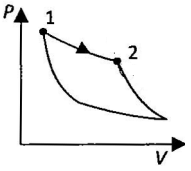
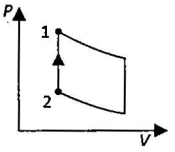
S.



Force due to electric field is along –y axis and force due to $\vec{B}$ is zero.

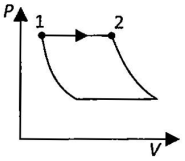
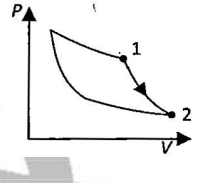
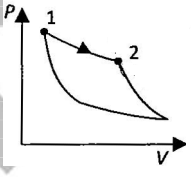
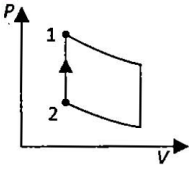
ANSWER 16 to 18 by appropriately matching the information given in the three columns of the following table.

An ideal gas is undergoing a cyclic thermodynamic process in different ways as shown in the corresponding P – V diagrams in column 3 of the table. Consider only the path from state 1 to state 2. W denotes the corresponding work done on the system. The equations and plots in the table have standard notations as used in thermodynamic processes. Here γ is the ratio of heat capacities at constant pressure and constant volume. The number of moles in the gas is n.

Column I	**Column II**	**Column III**
(I) $W_{1\to2}=\frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2-P_2V_1)$	(i) Isothermal	(P) 
(II) $W_{1\to2}=PV_2-PV_1$	(ii) Isochoric	(Q) 
(III) $W_{1\to2}=0$	(iii) Isobaric	(R) 
(IV) $W_{1\to2}=-nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	(iv) Adiabatic	(S) 

नीचे दी गयी टेबल के तीन कालमों में उपलब्ध सूचना का उपयुक्त ढंग से सुमेल कर प्रश्नों 16, 17 एवं 18 के उत्तर दीजिये।

एक आदर्श गैस (idal gas) विभिन्न चक्रीय उष्मपातिक प्रक्रमों से गुजरता है। यह निम्न कॉलम 3 में P – V आरेख द्वारा दर्शाया गया है। केवल स्थिति 1 से स्थिति 2 जानेवाले पथ की ओर ध्यान दें। इस पथपर निकाय पर हुआ कार्य W है। यहाँ γ नियत दाब एवं नियत आयतन ऊष्मा–धारिताओं का अनुपात है (ratio of the heat capacities) । गैस के मोलों (moles) की संख्या n है।

कॉलम **I**	कॉलम **II**	कॉलम **III**
(I) $W_{1\to2}=\frac{1}{\gamma-1}(P_2V_2-P_2V_1)$	(i) समतापीय	(P) 
(II) $W_{1\to2}=PV_2-PV_1$	(ii) समआयतनिक	(Q) 
(III) $W_{1\to2}=0$	(iii) समदाबीय	(R) 
(IV) $W_{1\to2}=-nRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	(iv) रूद्धोष्म	(S) 

16. Which one of the following options is the correct combination ?
निम्न विकल्पों में कौन सा संयोजन सही है ?
(A) (IV) (ii) (S) (B) (III) (ii) (S) (C) (II) (iv) (P) (D) (II) (iv) (R)

Ans. B

17. Which of the following options is the only correct representation of a process in which $\Delta U=\Delta Q-P\Delta V$?
निम्न दिए विकल्पों में कौन सा संयोजन $\Delta U=\Delta Q-P\Delta V$ प्रक्रिया का अकेले सही प्रतिनिधित्व करता है ?
(A) (II) (iii) (S) (B) (III) (iii) (P) (C) (II) (iii) (P) (D) (II) (iv) (R)

Ans. C

18. Which one of the following options correctly represents a thermodynamic process that is used as a correction in the determination of the speed of sound in an ideal gas ?
निम्न विकल्पों में से कौन सा संयोजन आदर्श गैस में ध्वनि की गति की माप के संशोधन में प्रयुक्त ऊष्मागतिक प्रक्रिया को सही दर्शाता है ?
(A) (IV) (ii) (R) (B) (I) (iv) (Q) (C) (I) (ii) (Q) (D) (III) (iv) (R)

Ans. B

sol. 16 to 18

I. $W=\frac{P_2V_2-P_1V_1}{\gamma-1}$ (iv) Adiabatic

II. $W=-P(V_2-V_1)$ (iii) Isobaric

III. $W=0$ (ii) Isochoric

IV. $W=-nRTl\frac{V_2}{V_1}$ (i) Isothermal