PART I : PHYSICS
SECTION-I (Maximum Marks : 32)

1. For a radioactive material, its activity A and rate of change of its activity R are defined as $A = -\frac{dN}{dt}$ and $R = \frac{dA}{dt}$, where N(t) is the number of nuclei at time t. Two radioactive sources P (mean life τ) and Q (mean life 2τ) have the same activity at $t = 0$. Their rates of change of activities at $t = 2\tau$ are R_P and R_Q, respectively. If $\frac{R_P}{R_Q} = \frac{n}{e}$, then the value of n is :

एक रेडियोधमी पदार्थ की सक्रियता A एवं सक्रियता परिवर्तन की दर R क्रमशः $A = -\frac{dN}{dt}$ तथा $R = \frac{dA}{dt}$ संबंधों द्वारा परिभाषित की जाती है, जहाँ समय t पर नाभिकों की संख्या N(t) है। दो रेडियोधर्मी स्त्रोत P (औसत आयु τ) तथा Q (औसत आयु 2τ) की समय $t = 0$ पर समान सक्रियता है। उनकी सक्रियता परिवर्तन की दरें समय $t = 2\tau$ पर क्रमशः R_P तथा R_Q हैं। यदि $\frac{R_P}{R_Q} = \frac{n}{e}$, तब n का मान है :

Ans. 2

Sol. $A_P = A_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$, $A_Q = A_0 e^{\frac{-t}{2\tau}}$

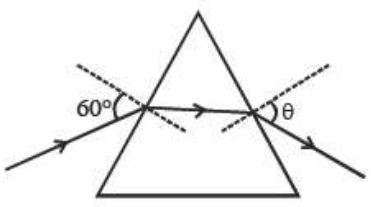
$R_P = \frac{A_0}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}}$, $R_Q = \frac{A_0}{2\tau} e^{\frac{-t}{2\tau}}$

at $t = 2\tau$

$$\frac{R_P}{R_Q} = \frac{\frac{A_0}{\tau} e^{-2}}{\frac{A_0}{2\tau} e^{-1}} = \frac{2}{e}$$

2. A monochromatic beam of light is incident at 60° on one face of an equilateral prism of refractive index n and emerges from the opposite face making an angle $\theta(n)$ with the normal (see the figure). For $n = \sqrt{3}$ the value of θ is 60° and $\frac{d\theta}{dn} = m$. The value of m is :

एकवर्णी प्रकाश का एक पुंज एक n अपवर्तनांक वाले समबाहु प्रिज्म के एक फलक पर 60° के कोण पर आपतित होता है तथा सामने वाले फलक से लम्ब से $\theta(n)$ कोण बनाते हुए निकलता है (चित्र देखें)। $n = \sqrt{3}$ पर θ का मान 60° है तथा $\frac{d\theta}{dn} = m$ है। तब m का मान है :



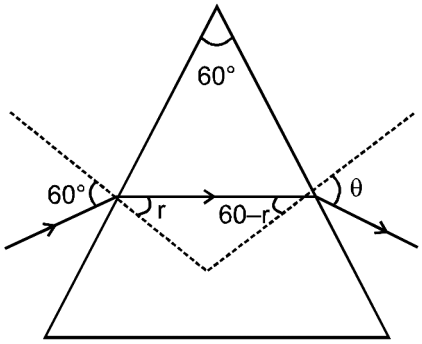
Ans. 2

Sol. $\sin 60 = n \sin r$ .....(1)

$\sin\theta = n \sin (60 - r)$ .....(2)

Differentiating eq...(2)

$$\cos\theta \frac{d\theta}{dn} = -n\cos(60-r)\frac{dr}{dn} + \sin(60-r)$$



Differentiating eq...(1)

$$n\cos r \frac{dr}{dn} + \sin r = 0$$

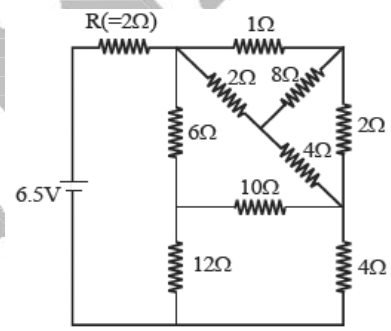
$$\cos\theta \frac{d\theta}{dn} = -n\cos(60-r)\left(\frac{-\tan r}{n}\right) + \sin(60-r)$$

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{1}{\cos\theta}(+\cos(60-r)\tan r + \sin(60-r))$$

$$\frac{d\theta}{dn} = \frac{1}{\cos 60}(\cos 30 \times \tan 30 + \sin 30)$$

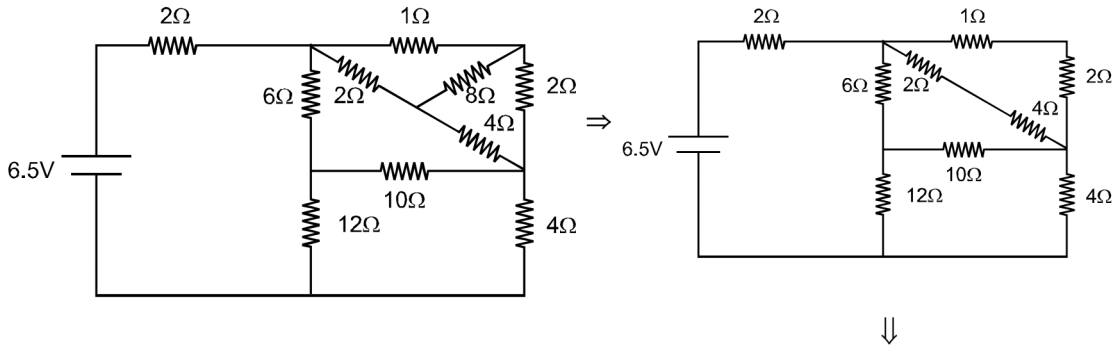
$$= 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2$$

3. In the following circuit, the current through the resistor R (= 2Ω) is I Amperes. The value of I is :
नीचे दिये गये परिपथ में प्रतिरोध R (= 2Ω) में I एम्पियर धारा प्रवाहित होती है। तब I का मान है :

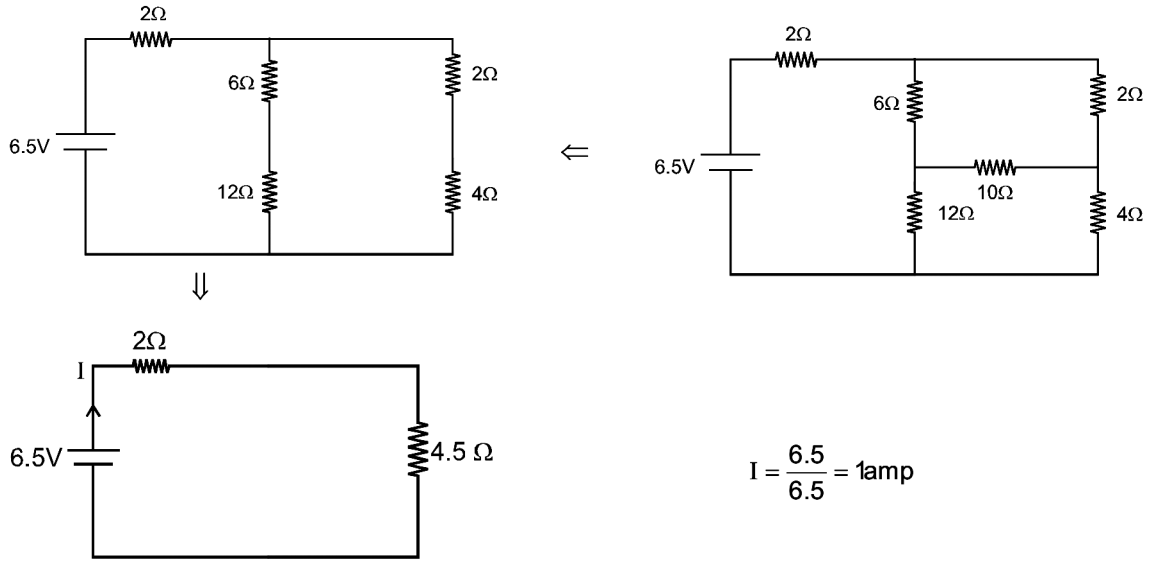


Ans. 1

Sol.



⇓



4. An electron in an excited state of Li^{2+} ion has angular momentum $3h/2\pi$. The de Broglie wavelength of the electron in this state is $p\pi a_0$ (where a_0 is the Bohr radius). The value of p is :

Li^{2+} आयन की उत्तेजित अवस्था में एक इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग $3h/2\pi$ है। इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की डी–ब्रोग्ली तरंगदैर्ध्य $p\pi a_0$ (जहाँ a_0 बोर त्रिज्या है) है। तब p का मान है :

Ans. 2

Sol. $L = \frac{nh}{2\pi} = \frac{3h}{2\pi}$

$n = 3$

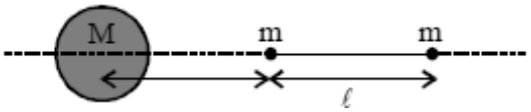
$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h2\pi r}{3h} = \frac{2\pi r}{3}$

$r = a_0 \frac{n^2}{Z}$

$\lambda = \frac{2\pi}{3} a_0 \frac{n^2}{Z} = \frac{2\pi}{3} a_0 \frac{3^2}{3} = 2\pi a_0$

5. A large spherical mass M is fixed at one position and two identical point masses m are kept on a line passing through the centre of M (see figure). The point masses are connected by a rigid massless rod of length *l* and this assembly is free to move along the line connecting them. All three masses interact only through their mutual gravitational interaction. When the point mass nearer to M is at a distance $r = 3\,l$ from M, the tension in the rod is zero for $m = k\left(\frac{M}{288}\right)$. The value of k is :

एक बड़ा गोलाकार द्रव्यमान M एक जगह स्थित है तथा दो एकरूप बिन्दु द्रव्यमान m द्रव्यमान M के केन्द्र से होकर जाने वाली रेखा पर रखे गये हैं (चित्र देखें)। बिन्दु द्रव्यमान एक *l* लम्बाई के द्रव्यमान रहित दृढ़ छड़ से जुड़े हैं तथा यह संयोजन उनको जोड़ने वाली रेखा पर गति कर सकता है। सभी द्रव्यमानों में केवल उनका अपना गुरूत्वाकर्षण है। जब M के निकट वाला बिन्दु द्रव्यमान M से $r = 3\,l$ की दूरी पर है तब $m = k\left(\frac{M}{288}\right)$ के लिए छड़ में तनाव शून्य है। तब k का मान है :

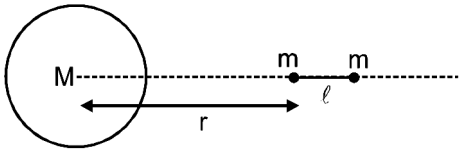


Ans. 7

Sol. For point mass at diatance r = 3*l*

$$\frac{GMm}{(3l)^2}-\frac{Gm^2}{l^2}=ma$$

For point mass at distance r = 4*l*



$$\frac{GMm}{(4l)^2}+\frac{Gm^2}{l^2}=ma$$

$$\frac{GMm}{9l^2}-\frac{Gm^2}{l^2}=\frac{GMm}{16l^2}+\frac{Gm^2}{l^2}$$

$$\frac{7GMm}{144}=\frac{2Gm^2}{l^2}$$

$$m=\frac{7M}{288}$$

6. The energy of a system as a function of time t is given as $E(t) = A^2 \exp(-\alpha t)$, where $\alpha = 0.2\ s^{-1}$. The measurement of A has an error of 1.25%. If the error in the measurement of time is 1.50%, the percentage error in the value of E(t) at t = 5 s is : **[JEE (Adv.) 2015]**

एक निकाय की समय t पर ऊर्जा $E(t) = A^2 \exp(-\alpha t)$ फलन द्वारा दी जाती है, जहाँ $\alpha = 0.2\ s^{-1}$ है। A के मापन में 1.25% की प्रतिशत त्रुटि है। यदि समय के मापन में 1.50% की त्रुटि है तब t = 5 s पर E(t) के मान में प्रतिशत त्रुटि होगी। : **[JEE (Adv.) 2015]**

Ans. 4

Sol. $E(t) = A^2 e^{-\alpha t}$

$\alpha = 0.2\ s^{-1}$

$$\frac{dA}{A}=1.25\%$$

$$\frac{dt}{t}=1.50\%$$

$$\frac{dE}{E}=?$$

$$\log E = 2\log A - \alpha t$$

$$\frac{dE}{E}=\pm 2\frac{dA}{A}\pm \alpha dt$$

$$= \pm 2\ (1.25) \pm 0.2(7.5)$$

$$= \pm\ 2.5 \pm 1.5$$

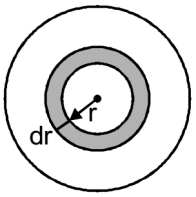
$$= \pm\ 4\%$$

7. The densities of two solid spheres A and B of the same radii R vary with radial distance r as $\rho_A(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)$ and $\rho_B(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)^5$, respectively, where k is a constant. The moments of inertia of the indivisual spheres about axes passing through their centres are I_A and I_B, respectively. If $\frac{I_B}{I_A} = \frac{n}{10}$, the value of n is :

R त्रिजया के दो ठोस गोलों A तथा B के घनत्वों का त्रिज्य दूरी r के साथ संबंध क्रमशः $\rho_A(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)$ तथा $\rho_B(r) = k\left(\frac{r}{R}\right)^5$ है, जहाँ k एक स्थिरांक है। गोलों के अपने–अपने केन्द्र से होकर जाने वाली अक्षों के परितः जड़त्वाघूर्ण क्रमशः I_A तथा I_B है। यदि $\frac{I_B}{I_A} = \frac{n}{10}$ है, तब n का मान है :

Ans. 6

Sol. Consider a shell of radius r and thickness dr



$$dI = \frac{2}{3}(\rho.4\pi r^2 dr)r^2$$

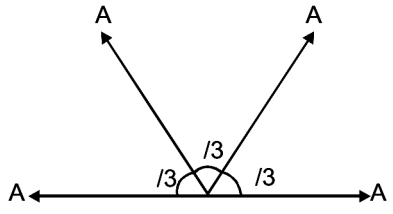
$$I = \int dI$$

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{\int_0^R \frac{2}{3}k\frac{r^5}{R^5}.4\pi r^2 dr\ r^2}{\int_0^R \frac{2}{3}k\frac{r}{R}4\pi r^2 dr\ r^2} = \frac{6}{10}$$

8. Four harmonic waves of equal frequencies and equal intensities I_0 have phase angles 0, π/3, 2π/3 and π. When they are superposed, the intensity of the resulting wave is nI_0. The value of n is :
बराबर आवृत्तियों तथा तीव्रता I_0 की चार आवर्त तरंगों की कला के कोण 0, π/3, 2π/3 तथा π हैं। जब इन तरंगों को अध्यारोपित सुपरपोस (superpose) किया जाता है तो परिणामी तीव्रता nI_0 है। तब n का मान है :

Ans. 3

Sol.



$I_0 \propto A^2$

Let amplitude of individual wave be A then amplitude of resulting wave $2A\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}A$

$$I \propto \left(\sqrt{3}A\right)^2$$

$I = 3I_0$

Section-2 : (Maximum Marks : 32)

9. In terms of potential difference V, electric current I, permittivity ϵ_0, permeability μ_0 and speed of light c, the dimensionally correct equation(s) is (are)

विभवान्तर V, विद्युत धारा I, परावैद्युतांक ϵ_0, पारगम्यता μ_0 तथा प्रकाश की चाल c को मिलाकर विमीय रूप से सही विकल्प है (हैं)

(A) $\mu_0 I^2 = \epsilon_0 V^2$ (B) $\epsilon_0 I = \mu_0 V$ (C) $I = \epsilon_0 cV$ (D) $\mu_0 cI = \epsilon_0 V$

Ans. AC

Sol. (A) Energy of inductor $\frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0 N^2 A}{l}I^2$

Energy of capacitor $= \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 \frac{A}{d}V^2$

$\mu_0 \frac{A}{l}I^2$ & $\epsilon_0 \frac{A}{d}V^2$ have same dimension

So $\mu_0 I^2$ & $\epsilon_0 V^2$ have same dimension

(C) $Q = CV$

$\frac{Q}{t} = \frac{CV}{t}$

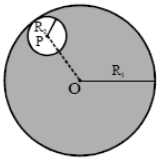
$I = \epsilon_0 \frac{A}{l}\frac{V}{t}$

$\frac{A}{lt}$ have unit of speed

So $I = \epsilon_0 cV$

10. Consider a uniform spherical distribution of radius R_1 centred at the origin O. In this distibution, a spherical cavity of radius R_2, centred at P with distance $OP = a = R_1 - R_2$ (see figure) is made. If the electric field inside the cavity at position $\vec{r}$ is $\vec{E}(\vec{r})$, then the correct statement(s) is (are) :

एक त्रिज्या R_1 तथा एक समान आवेश घनत्व का गोलाकार आवेश मूल बिन्दु O पर केन्द्रित है। इसमें एक R_2 त्रिज्या तथा P पर केन्द्रित एक गोलाकार गुहिका (cavity), जहाँ $OP = a = R_1 - R_2$ है, बनायी जाती है (चित्र देखें)। यदि गुहिका के अन्दर स्थिति $\vec{r}$ पर विद्युत क्षेत्र $\vec{E}(\vec{r})$ है, तब सही कथन है (हैं) : **[JEE (Adv.) 2015]**



(A) $\vec{E}$ is uniform, its magnitude is independent of R_2 but its direction depends on $\vec{r}$

(B) $\vec{E}$ is uniform, its magnitude dependent on R_2 and its depends on $\vec{r}$

(C) $\vec{E}$ is uniform, its magnitude independent of a but its direction depends on $\vec{a}$

(D) $\vec{E}$ is uniform and both its magnitude direction depends on $\vec{a}$

(A) $\vec{E}$ एक समान है, इसका परिमाण R_2 पर निर्भर नहीं करता है लेकिन इसकी दिशा $\vec{r}$ पर निर्भर करती है।

(B) $\vec{E}$ एक समान है, इसका परिमाण R_2 पर निर्भर करता है तथा इसकी दिशा $\vec{r}$ पर निर्भर करती है।

(C) $\vec{E}$ एक समान है, इसका परिमाण a पर निर्भर नहीं करता है लेकिन इसकी दिशा $\vec{a}$ पर निर्भर करती है।

(D) $\vec{E}$ एक समान है, एवं इसका परिमाण तथा दिशा दोनों $\vec{a}$ पर निर्भर करते हैं।

Ans D

Sol. Electric field in cavity

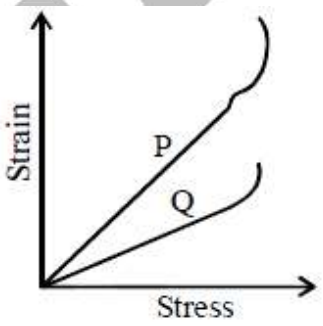
$$\vec{E} = \frac{\rho\overrightarrow{OP}}{3\epsilon_0}$$

$$OP = R_1 - R_2$$

$$= \frac{\rho\vec{a}}{3\epsilon_0}$$

11. In plotting stress versus strain curves for two materials P and Q, a student by mistake puts strain on the y-axis and stress on the x-axis as shown in the figure. Then the correct statement(s) is (are) :

पदार्थों P तथा Q के प्रतिबल–विकृति (stress-strain) ग्राफ खींचने में एक छात्र गलती से y-अक्ष पर विकृति तथा x-अक्ष पर प्रतिबल दर्शाता है। तब सही कथन है (हैं) :



(A) P has more tensile strength than Q

(B) P is more ductile than Q

(C) P is more brittle than Q

(D) The Young's modulus of P is more than that of Q

(A) P का तनन–सामर्थ्य (tensile strength) Q से अधिक है।

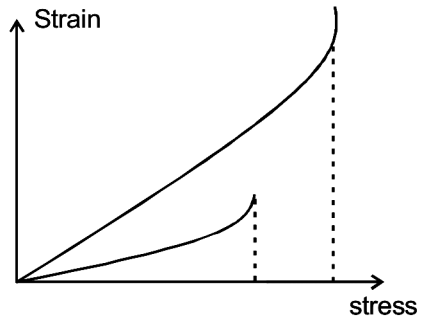
(B) पदार्थ P पदार्थ Q से अधिक तन्य (ductile) है।

(C) पदार्थ P पदार्थ Q से अधिक भंगुर (brittle) है।

(D) पदार्थ P का यंग प्रत्यास्थता गुणांक पदार्थ Q के यंग प्रत्यास्थता गुणांक से अधिक है।

Ans. (A,B)

Sol.



Breaking stess of P is more than Q so P is more ductile

$$\text{strain} = \frac{1}{Y}\text{stress}$$

$$Y_P < Y_Q$$

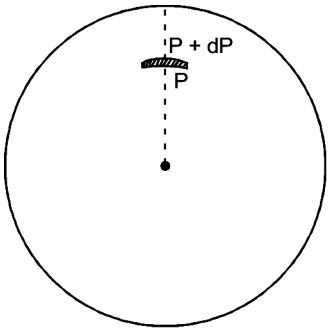
12. A spherical body of radius R consists of a fluid of constant density and is in equilibrium under its own gravity. If P(r) is the pressure at r(r < R), then the correct option(s) is(are) :-

एक एकसमान घनत्व के तरल के गोलाकार पिंड की त्रिज्या R है तथा यह अपने स्वयं के गुरूत्व के प्रभाव में साम्यावस्था में है। यदि इसके केन्द्र से दूरी r(r < R) पर दाब P(r) है, तब सही विकल्प है (हैं) :-

(A) $P(r = 0) = 0$ (B) $\frac{P(r = 3R/4)}{P(r = 2R/3)} = \frac{63}{80}$ (C) $\frac{P(r = 3R/5)}{P(r = 2R/5)} = \frac{16}{21}$ (D) $\frac{P(r = R/2)}{P(r = R/3)} = \frac{20}{27}$

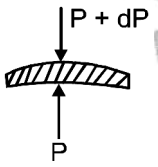
Ans **BC**

Sol. Gravitative field at a distace r



$$= \frac{GP\frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = \frac{4G\rho\pi r}{3}$$

Consider a small patch of width dr at a distance r



$$-dp.\,\Delta A = \frac{4}{3}G\pi\rho r\,\Delta A\,dr.\rho$$

$$-\int_O^P dP = \int_R^r \frac{4G\rho^2\pi}{3} r dr$$

$$-P = \frac{4G\rho^2\pi}{3\times 2}\left[r^2 - R^2\right]$$

$$P = \frac{2G\rho^2\pi}{3}\left[R^2 - r^2\right] \quad \Rightarrow \quad P = c(R^2 - r^2)$$

$$r = \frac{3R}{4} \qquad P_1 = c\left(R^2 - \frac{9R^2}{16}\right) = c\frac{7R^2}{16}$$

$r = \frac{2R}{3}$ $\quad P_2 = c\left(R^2 - \frac{4R^2}{9}\right) = c\frac{5R^2}{9}$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{63}{80}$

$r = \frac{3R}{9}$ $\quad P_3 = c\left(R^2 - \frac{9}{25}R^2\right) = c\frac{16R^2}{25}$

$r = \frac{2R}{5}$ $\quad R_4 = c\left(R^2 - \frac{4R^2}{25}\right) = c\frac{21R^2}{25}$

$\frac{P_3}{P_4} = \frac{16}{21}$

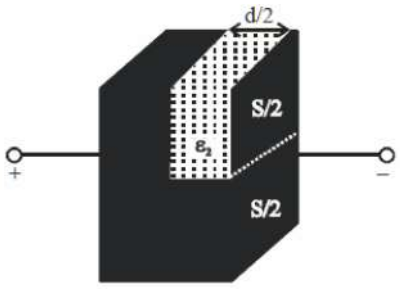
$r = R \quad P_5 = c\left(R^2 - \frac{R^2}{G}\right) = \frac{3R^2}{9}$

$r = \frac{R}{3} \quad P_6 = c\left(R^2 - \frac{R^2}{9}\right) = \frac{8R^2}{9}$

$\frac{P_s}{P_r} = \frac{21}{32}$

13. A parallel plate capacitor having plates of area S and plate separation d, has capacitance C_1 in air. When two dielectrics of different relative permittivities ($\in_1 = 2$ and $\in_2 = 4$) are introduced between the two plates as shown in the figure, the capacitance becomes C_2. The ratio C_2/C_1 is :

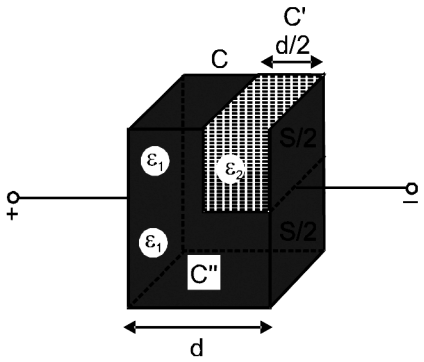
एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की पट्टिकाओं का क्षेत्रफल S तथा पट्टिकाओं के बीच में दूरी d है। तथा इसकी वायु में धारिता C_1 है। जब पट्टिकाओं के मध्य दो अलग–अलग सापेक्ष परावैद्युतांकों ($\in_1 = 2$ तथा $\in_2 = 4$) के परावैद्युत पदार्थ दर्शाये चित्रानुसार रखे जाते हैं तब इस प्रकार बने नये संधारित्र की धारिता C_2 हो जाती है। तब अनुपात C_2/C_1 है :

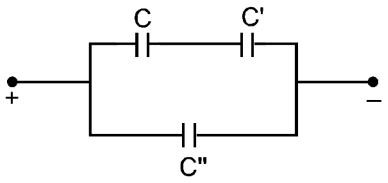


(A) 6/5 (B) 5/3 (C) 7/5 (D) 7/3

Ans. D

Sol.





$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = \frac{2\varepsilon_0 \frac{s}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{2\varepsilon_0 s}{d}$$

$$C' = \frac{4\varepsilon_0 \frac{s}{2}}{\frac{d}{2}} = \frac{4\varepsilon_0 s}{d}$$

$$C'' = \frac{2\varepsilon_0 \frac{s}{2}}{d} = \frac{\varepsilon_0 s}{d}$$

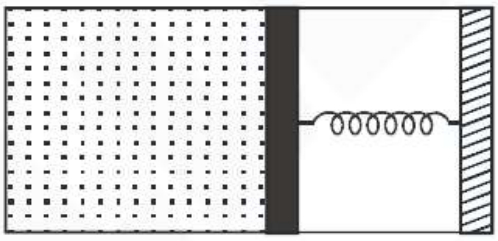
$$C_2 = \frac{CC'}{C+C'} + C'' = \frac{4}{3}\frac{\epsilon_0 s}{d} + \frac{\epsilon_0 s}{d}$$

$$= \frac{7}{3}\frac{\epsilon_0 s}{d}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{7}{3}$$

14. An ideal monoatomic gas is confined in a horizontal cylinder by a spring loaded piston (as shown in the figure). Initially the gas is at temperature T_1, pressure P_1 and volume V_1 and the spring is in its relaxed state. The gas is then heated very slowly to temperature T_2, pressure P_2 and volume V_2. During this process the piston moves out by a distance x. Ignoring the friction between the piston and the cylinder, the correct statement(s) is (are) :-

एक एक–परमाणुक आदर्श गैस एक क्षैतिज बर्तन (horizontal cylinder) में स्प्रिंग–युक्त पिस्टन द्वारा बंद है (दर्शाये चित्रानुसार)। प्रारम्भ में गैस का तापमान T_1, P_1 तथा आयतन V_1 है तथा स्प्रिंग विश्रांत अवस्था में है। अब गैस को बहुत धीरे–धीरे तापमान T_2 तक गर्म करने पर दाब P_2 तथा आयतन V_2 हो जाता है। इस प्रक्रिया में पिस्टन x दूरी तय करता है। पिस्टन एवं बर्तन के मध्य घर्षण को नगण्य मानते हुए, सही कथन है (हैं) :



(A) If $V_2 = 2V_1$ and $T_2 = 3T_1$, then the energy stored in the spring is $\frac{1}{4}P_1V_1$

(B) If $V_2 = 2V_1$ and $T_2 = 3T_1$, then the energy change in internal energy is $3\,P_1V_1$

(C) If $V_2 = 3V_1$ and $T_2 = 4T_1$, then the work done by the gas is $\frac{7}{3}P_1V_1$

(D) If $V_2 = 3V_1$ and $T_2 = 4T_1$, then the heat supplied to the gas is $\frac{17}{6}P_1V_1$

(A) यदि $V_2 = 2V_1$ तथा $T_2 = 3T_1$ है, तब स्प्रिंग में संचित ऊर्जा $\frac{1}{4}P_1V_1$ है।

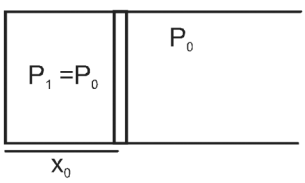
(B) यदि $V_2 = 2V_1$ तथा $T_2 = 3T_1$ है, तब आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन $3\,P_1V_1$ है।

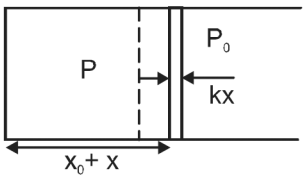
(C) यदि $V_2 = 3V_1$ तथा $T_2 = 4T_1$ है, तब गैस द्वारा किया गया कार्य $\frac{7}{3}P_1V_1$ है।

(D) यदि $V_2 = 3V_1$ तथा $T_2 = 4T_1$ है, तब गैस को दी गयी ऊष्मा $\frac{17}{6}P_1V_1$ है।

Ans. B

Sol.





(A) $P = P_1 + \frac{Kx}{A}$

$P_2 = \frac{3}{2}P_1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{V_1}{A}$

$\frac{3P_1}{2} = P_1 + \frac{Kx}{A}$

$Kx = \frac{P_1A}{2}$

Energy of spring

$$\frac{1}{2}Kx^2 = \frac{P_1A}{4}x = \frac{P_1V_1}{4} \qquad \text{Ans. A}$$

(B)

$$\Delta U = \frac{f}{2}(P_2V_2 - P_2V_1)$$

$$= 3\,P_1V_1 \qquad \text{Ans. B}$$

(C) $P_f = \frac{4P_1}{3}$ $\qquad KX = \frac{P_1}{3}A$ $\qquad X = \frac{2V_1}{A}$

$$W_{gas} = -\left(W_{P_{atm}} + W_{spring}\right)$$

$$= (P_1Ax + \frac{1}{2}Kx.x)$$

$$= +\left(P_1A.\frac{2V_1}{A} + \frac{1}{2}.\frac{P_1A}{3}.\frac{2V_1}{A}\right)$$

$$= 2P_1V_1 + \frac{P_1V_1}{3} = \frac{7P_1V_1}{3}$$

(D) $\Delta Q = W + \Delta U$

$$= \frac{7P_1V_1}{3} + \frac{3}{2}(P_2V_2 - P_1V_1)$$

$$= \frac{7P_1V_1}{3} + \frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}P_1.3V_1 - P_1V_1\right)$$

$$= \frac{7P_1V_1}{3} + \frac{9}{2}P_1V_1 = \frac{41P_1V_1}{6}$$

15. A fission reaction is given by ${}^{236}_{92}U \longrightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + x + y$, where x and y are two particles. Considering ${}^{236}_{92}U$ to be at rest, the kinetic energies of the products are denoted by K_{Xe}, K_{sr}, K_x (2 MeV) and K_y(2MeV), respectively. Let the binding energies per nucleon of ${}^{236}_{92}U$, ${}^{140}_{54}Xe$ and ${}^{94}_{38}Sr$ be 7.5 MeV, 8.5 MeV and 8.5 MeV, respectively. Considering different conservation laws, the correct options(s) is (are) :-

एक विखंडन प्रक्रिया ${}^{236}_{92}U \longrightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + x + y$ दी गयी है, जहाँ x तथा y दो कण हैं। ${}^{236}_{92}U$ विरामावस्था में है तथा उत्पादों की गतिज ऊर्जाएं क्रमशः K_{Xe}, K_{sr}, K_x (2 MeV) तथा K_y(2MeV) से दर्शायी गयी है। ${}^{236}_{92}U$, ${}^{140}_{54}Xe$ तथा ${}^{94}_{38}Sr$ की प्रति न्यूक्लिऑन बंध ऊर्जाओं को क्रमशः 7.5 MeV, 8.5 MeV तथा 8.5 MeV लें। विभिन्न संरक्षण नियमों का ध्यान रखते हुए सही विकल्प है (हैं) :-

(A) x = n, y = n, K_{sr} = 129 MeV, K_{xe} = 86 MeV (B) x = p, y = e^-, K_{sr} = 129 MeV, K_{xe} = 86 MeV

(C) x = p, y = n, K_{sr} = 129 MeV, K_{xe} = 86 MeV (D) x = n, y = n, K_{sr} = 86 MeV, K_{xe} = 129 MeV

Sol. ${}^{236}_{92}U \rightarrow {}^{140}_{54} \times + {}^{a_4}_{38}Sr + {}^{1}_{0}x + {}^{1}_{0}y$

x = y = n

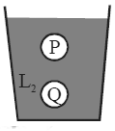
Q = 236 × 7.5 – (140 × 8.5 + 94 × 8.5)

= 1770 – (1190 + 799)
= 219 MeV
In A and D energy and charge conservation is followed
So $Q = K_{xe} + K_{sr} + K_x + K_y$
$= 129 + 86 + 4$
$= 219$
In D,
$p_{xe} > p_{sr} + p_x + p_y$
so conservation of momentum will not hold

Ans. **A**

16. Two spheres P and Q of equal radii have densities ρ_1 and ρ_2, respectively. The spheres are connected by a massless string and placed in liquids L_1 and L_2 of densities σ_1 and σ_2 and viscosities η_1 and η_2 respectively. They float in equilibrium with the sphere P in L_1 and sphere Q in L_2 and the string being taut (see figure). If sphere P alone in L_2 has terminal velocity $\vec{V}_P$ and Q alone in L_1 has terminal velocity $\vec{V}_Q$, then :

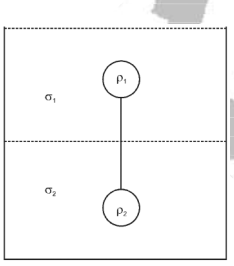
बराबर त्रिज्या वाले दो गोलों P तथा Q के घनत्व क्रमशः ρ_1 तथा ρ_2 हैं। गोलों को एक द्रव्यमान रहित डोरी से जोड़कर σ_1 एवं σ_2 घनत्व वाले तथा η_1 एवं η_2 श्यानता गुणांकों वाले द्रवों L_1 एवं L_2 में डाला जाता है। साम्यावस्था में गोला P द्रव L_1 में तथा गोला Q द्रव L_2 में तैरता है तथा डोरी तनी रहती है (चित्र देखें) । यदि गोले P को अलग से L_2 में डालने पर उसका सीमान्त वेग $\vec{V}_P$ होता है और गोले Q का L_1 में अलग डालने पर सीमान्त वेग $\vec{V}_Q$ है, तब :



(A) $\frac{|\vec{V}_P|}{|\vec{V}_Q|} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$ (B) $\frac{|\vec{V}_P|}{|\vec{V}_Q|} = \frac{\eta_2}{\eta_1}$ (C) $\vec{V}_P.\vec{V}_Q > 0$ (D) $\vec{V}_P.\vec{V}_Q < 0$

Ans. AD

Sol.



For floating
$(\rho_1 + \rho_2)V = (\sigma_1 + \sigma_2)V$
$\rho_1 + \rho_2 = \sigma_1 + \sigma_2$
since strings in taut so
$\rho_1 < \sigma_1 \qquad \rho_2 > \sigma_2$

$$V_P = \frac{2}{9}\frac{r^2(\sigma_2 - \rho_1)g}{\eta_2}$$

$$V_Q = \frac{2}{9}\frac{(\sigma_1 - \rho_2)g}{\eta_1}$$

since $\sigma_2 - \rho_1 = -(\sigma_1 - \rho_2)$

$$\left|\frac{V_P}{V_Q}\right| = \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

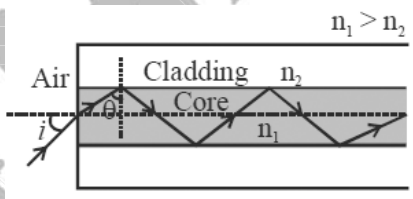
$\vec{V}_P.\vec{V}_Q < 0$ because V_P and V_Q are opposite

Section - 3(Maximum Marks : 16)

Paragraph-1

Light guidance in an optical fiber can be understood by considering a structure comprising of thin solid glass cylinder of refractive index n_1 surrounded by a medium of lower refractive index n_2. The light guidance in the structure takes place due to successive total internal reflections at the interface of the media n_1 and n_2 as shown in the figure. All rays with the angle of incidence i less than a particular value of i_m are confined in the medium of refractive index n_1. The numerical aperture (NA) of the structure is defined as sin i_m.

एक प्रकाशीय तन्तु में प्रकाश का परिवहन एक संरचना जिसमें n_1 अपवर्तनांक वाले कॉच का एक पतला बेलन (सिलिंडर) एक उससे कम अपवर्तनांक n_2 वाले माध्यम से घिरा है द्वारा समझा जा सकता है। इस संरचना में प्रकाश का परिवहन माध यमों n_1 तथा n_2 के अंतरापृष्ठ पर उत्तरोत्तर पूर्ण आंतरिक परावर्तन द्वारा होता है (चित्र देखें) । प्रकाश की वे सभी किरणों जिनका इस संरचना के सिरे पर आपतन कोण i का मान एक विशिष्ट कोण i_m से कम होता है संरचना में n_1 अपवर्तनांक के माध्यम में रहते हुए परिवहन कर सकती हैं। संरचना का संख्यात्मक कारक (numerical aperture (NA)) sin i_m द्वारा परिभाषित किया जाता है।



17. For two structures namely S_1 with $n_1 = \sqrt{45}/4$ and $n_2 = 3/2$, and S_2 with $n_1 = 8/5$ and $n_2 = 7/5$ and taking the refractive index of water to be 4/3 and that of air to be 1, the correct option(s) is (are)

दो संरचनाऐं S_1 जिसमें $n_1 = \sqrt{45}/4$ एवं $n_2 = 3/2$ है तथा S_2 जिसमें $n_1 = 8/5$ एवं $n_2 = 7/5$ लें। पानी का अपवर्तनांक 4/3 एवं वायु का अपवर्तनांक 1 लेते हुए सही विकल्प है (हैं) :

(A) NA of S_1 immersed in water is the same as that of S_2 immersed in liquid of refractive index $\frac{16}{3\sqrt{15}}$

(B) NA of S_1 immersed in liquid of refractive index $\frac{16}{\sqrt{15}}$ is the same as that of S_2 immersed in water

(C) NA of S_1 placed in air is the same as that of S_2 immersed in liquid of refractive index $\frac{4}{\sqrt{15}}$

(D) NA of S_1 placed in air is the same as that of S_2 placed in water

(A) S_1 की NA पानी में डुबाने पर वही है जो कि S_2 को $\frac{16}{3\sqrt{15}}$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर है।

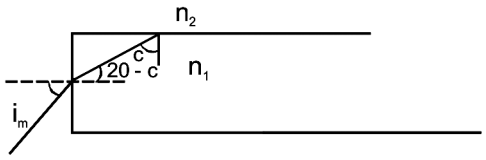
(B) S_1 की NA $\frac{16}{\sqrt{15}}$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर वही है जो कि S_2 को पानी में डुबाने पर है।

(C) S_1 की NA उसे वायु में रखने पर वही है जो कि S_2 को $\frac{4}{\sqrt{15}}$ अपवर्तनांक वाले द्रव में डुबाने पर है।

(D) S_1 की NA उसे वायु में रखने पर वही है जो कि S_2 को पानी में डुबाने पर है।

Ans. **AC**

Sol.



$n_s \sin i_m = n_1 \sin(90 - c)$

$\sin c = \frac{n_2}{n_1}$

Where n_s : Refractive index of srroundings

$NA = \sin i_m = \frac{n_1}{n_s}\sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = \frac{1}{n_s}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

For S_1 in Air

$NA = \frac{1}{1}\sqrt{\frac{45}{16} - \frac{9}{4}} = \frac{3}{4}$

For S_1 in $n_s = \frac{6}{\sqrt{15}}$

$NA = \frac{\sqrt{15}}{6}\sqrt{\frac{45}{16} - \frac{9}{4}} = \frac{3\sqrt{15}}{24}$

For S_1 in water

$NA = \frac{1}{(4/3)}\sqrt{\frac{45}{16} - \frac{9}{4}} = \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16}$

For S_2 in Air

$NA = \frac{1}{1}\sqrt{\frac{64}{25} - \frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

For S_2 in water

$NA = \frac{1}{(4/3)}\sqrt{\frac{64}{25} - \frac{49}{25}} = \frac{3}{4}\frac{\sqrt{15}}{5}$

For S_2 in $n_s = \frac{16}{3\sqrt{15}}$

$NA = \frac{3\sqrt{15}}{16}\frac{\sqrt{15}}{5} = \frac{9}{16}$

For $S_2 \sin n_s = \frac{4}{\sqrt{15}}$

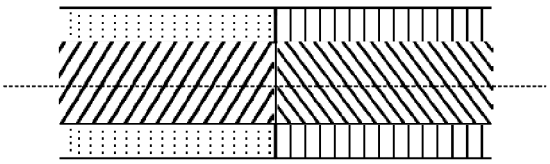
$$NA = \frac{\sqrt{15}}{4}\sqrt{\frac{64}{25}-\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{15}}{4}\frac{15}{5} = \frac{3}{4}$$

18. If two structures of same cross-sectional area, but different numerical apertures NA_1 and NA_2 ($NA_2 < NA_1$) are joined longitudinally, the numerical aperture of the combined strcture is :
यदि बराबर अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल वाली परन्तु अलग–अलग संख्यात्मक द्वाराक NA_1 तथा NA_2 ($NA_2 < NA_1$) वाली दो संरचनाओं को अनुदैर्ध्य रूप में एक दूसरे से जोड़ा जाता है। संयुक्त संयोजन का संख्यात्मक द्वारक है :

(A) $\frac{NA_1NA_2}{NA_1+NA_2}$ (B) $NA_1 + NA_2$ (C) NA_1 (D) NA_2

Ans. **D**

Sol.



$$NA = \frac{1}{n_s}\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$NA_2 < NA_1$

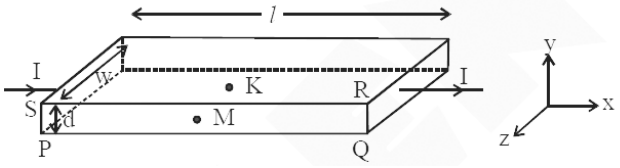
Therefore the numerical aperture of combined structure is equal to the lesser of the two numerical aperture, which is NA_2

Paragraph-2

In a thin rectangular metallic strip a constant current I flows along the positive x-direction, as shown in the figure. The length, width the thickness of the strip are *l*, w and d, respectively.

A uniform magnetic field $\vec{B}$ is applied on the strip along the positive y-direction. Due to this, the charge carriers experience a net deflection along the z-direction. This results in accumulation of charge carriers on the surface PQRS and appearance of equal and opposite charges on the face opposite to PQRS. A potential difference along the z-direction is thus developed. Charge accumulation continues until the magnetic force is balanced by the electric force. The current is assumed to be uniformly distributed on the cross section of the strip and carried by electrons.

दर्शाये चित्रानुसार धातु की एक पतली आयताकार पट्टी में एकसमान विद्युत धारा I धनात्मक x-दिशा में प्रवाहित हो रही है। पट्टी की लम्बाई, चौड़ाई तथा मोटाई क्रमशः *l*, w तथा d है। पट्टी पर धनात्मक y-दिशा में एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ लगया गया है। इसके कारण आवेशवाहक z-दिशा की ओर विक्षेपित होते हैं। परिणामतः सतह PQRS पर आवेशवाहकों का संचयन होता है तथा PQRS के सामने के फलक पर बराबर किन्तु विपरीत आवेश आ जाता है। एक विभांतर z-दिशा के साथ इस प्रकार विकसित होता है। आवेश वाहकों का यह संचयन तब तक जारी रहता है जब तक कि चुम्बकीय बल, वैद्युत बल से संतुलित नहीं हो जाता। विद्युत धारा का प्रवाह इलेक्ट्रॉनों के द्वारा तथा पट्टी की अनुप्रस्थ काट पर एकसमान है।



19. Consider two different metallic strips (1 and 2) of the same material. Their lengths are the same, widths are w_1 and w_2 and thicknesses are d_1 and d_2, respectively. Two points K and M are symmetrically located on the opposite faces parallel to the x-y plane (see figure). V_1 and V_2 are the potential differences between K and M in strips 1 and 2, respectively. Then, for a given current I flowing through them in a given magnetic field strength B, the correct statement(s) is(are)

एक ही चालक (metallic) पदार्थ की दो अलग–अलग पट्टियों (1 तथा 2) को लें। उनकी लम्बाईयाँ बराबर हैं, चौड़ाईयाँ क्रमशः w_1 एवं w_2 तथा मोटाईयाँ क्रमशः d_1 तथा d_2 हैं। दो बिन्दु K तथा M x-y तल के समान्तर आमने–सामने के फलकों पर स्थित हैं। पट्टियों 1 तथा 2 में K तथा M के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1 तथा V_2 हैं। तब उनमें बहने वाली एक दी गयी विद्युत धारा I तथा एक दी गयी चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B के लिए सही कथन है (हैं)

(A) If $w_1 = w_2$ and $d_1 = 2d_2$, then $V_2 = 2V_1$

(B) If $w_1 = w_2$ and $d_1 = 2d_2$, then $V_2 = V_1$

(C) If $w_1 = 2w_2$ and $d_1 = d_2$, then $V_2 = 2V_1$

(D) If $w_1 = 2w_2$ and $d_1 = d_2$, then $V_2 = V_1$

Ans. (A,D)

Sol. $q\,v\,B = \dfrac{q(v_m - v_k)}{w}$ v velocity of electrons

$V_m - V_k = w\,v\,B.$

$I = neAv = ne(wd)v$

$$wv = \frac{I}{ned}$$

$$V_m - V_k = \frac{I}{ned}B$$

(A) $w_1 = w_2$, $d_1 = 2d_2$ $\Rightarrow$ $V_2 = 2V_1$

(B) $w_1 = 2w_2$, $d_1 = d_2$ $\Rightarrow$ $V_1 = V_2$

20. Consider two different metallic strips (1 and 2) of same dimensions (length *l*, width w and thickness d) with carrier densities n_1 and n_2, respectively. Strip 1 is placed in magnetic field B_1 and strip 2 is placed in magnetic field B_2, both along positive y-direction. Then V_1 and V_2 are the potential differences developed between K and M in strips 1 and 2, respectively. Assuming that the current I is the same for both the strips, the correct option(s) is(are) :

समान आकार (लम्बाई *l*, चौड़ाई w तथा मोटाई d) की अलग–अलग चालक पदार्थों की दो पट्टियों (1 तथा 2) जिनके आवेशवाहकों के घनत्व क्रमशः n_1 तथा n_2 हैं को लें। पट्टी 1 को चुम्बकीय क्षेत्र B_1 तथा पट्टी 2 को चुम्बकीय क्षेत्र B_2 में रखा गया है। चुम्बकीय क्षेत्र B_1 तथा B_2 धनात्मक y-दिशा में हैं। तब पट्टियों 1 तथा 2 में K तथा M के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1 तथा V_2 हैं। दोनों पट्टियों में बहने वाली विद्युत धारा I को समान मानते हुए सही विकल्प है (हैं) :

(A) If $B_1 = B_2$ and $n_1 = 2n_2$, then $V_2 = 2V_1$

(B) If $B_1 = B_2$ and $n_1 = 2n_2$, then $V_2 = V_1$

(C) If $B_1 = 2B_2$ and $n_1 = n_2$, then $V_2 = 0.5V_1$

(D) If $B_1 = 2B_2$ and $n_1 = n_2$, then $V_2 = V_1$

Ans. (A,C)

Sol. $V_M - V_K = \frac{1B}{ned}$

(A) $n_1 = 2n_2$; $B_1 = B_2$ $\Rightarrow$ $V_2 = 2V_1$

(C) $B_1 = 2B_2$, $n_1 = n_2$