SECTION-I (Maximum Marks : 32)
SINGLE DIGIT INTEGER

* **This section contains Eight Questions**
* **The answer to each question is a Single Digit Integer ranging from 0 to 9, both inclusive.**
* **For each question, darken the bubble corresponding to the correct integer in the ORS**
* **Marking scheme :**

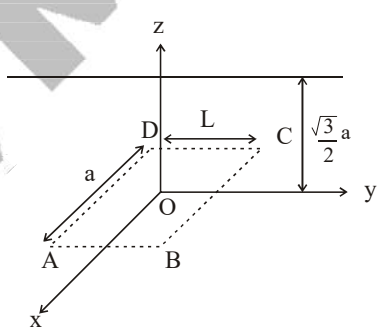
+4 If the bubble corresponding to the answer is darkend

0 In all other cases.

1. An infinitely long uniform line charge distribution of charge per unit length λ lies paralle to the y-axis in the y-z plane at $z = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ (see figure). If the magnitude of the flux of the electric field through the rectangular surface ABCD lying in the x-y plane with its centre at the origin is $\frac{\lambda L}{n \in_0}$. ($\in_0$ = permittivity of free space), then the value of n is :

चित्रानुसार एक अनंत लम्बाई के एकसमान आवेशित सीधे तार, जिसका रैखिक आवेश घनत्व λ है, को y-z तल में y-अक्ष के समान्तर $z = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ दूरी पर रखा गया है। यदि इसके विद्युत क्षेत्र का x-y तल में स्थित मूल बिन्दु पर केन्द्रित ABCD आयताकार सतह से होकर जाने वाला फ्लक्स ($\in_0$ = परावैद्युतांक का परिमाण) $\frac{\lambda L}{n \in_0}$ है, तब n का मान है :

[JEE (Adv.) 2015]



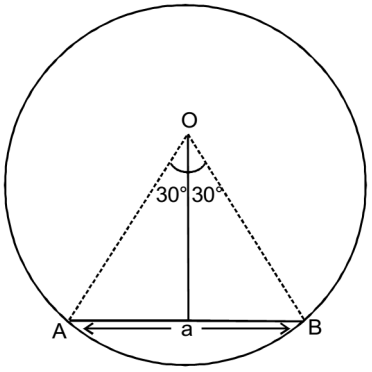
Ans. **6**

Sol. Flux from total cylindrical surface (angle = 2π)

$$= \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0}$$

Flux from cylindrical surface AB = flux from the given surface

$$= \frac{Q_{in}}{6\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{6\varepsilon_0} \qquad n = 6$$



2. Consider a hydrogen atom with its electron in the n^{th} orbital. An electromagnetic radiation of wavelength 90 nm is used to ionize the atom. If the kinetic energy of the ejected electron is 10.4 eV, then the value of n is (hc = 1242 eV nm) **[JEE (Adv.) 2015]**

एक हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रान n^{th} कक्षा में है। उसको आयनित करने के लिए 90 nm तरंगदैर्ध्य के विद्युत–चुंबकीय

विकिरण का प्रयोग किया जाता है। यदि इस प्रक्रिया में उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा 10.4 eV है, तब n का मान होगा (hc = 1242 eV nm)

Ans. **2**

Sol. $\frac{hC}{\lambda}-\left\{13.6eV.\frac{1}{n^2}\right\}=10.4$

$\Rightarrow \frac{1242eV}{90}-\frac{13.6}{n^2}=10.4$

$\Rightarrow \frac{41.4}{3}-\frac{13.6}{n^2}=10.4 \Rightarrow 13.8-10.4=\frac{13.6}{n^2} \Rightarrow 3.4=\frac{13.6}{n^2}$

3. A bullet is fired vertically upwards with velocity v from the surface of a spherical planet. When it reaches its maximum height, its acceleration due to the planet's gravity is 1/4th of its value at the surface of the planet. If the escape velocity from the planet is $v_{esc}=v\sqrt{N}$, then the value of N is (ignore energy loss due to atmosphere)

एक गोलाकार ग्रह की सतह से एक गोली v वेग से ऊर्ध्वाधर दिशा में प्रक्षेपित की जाती है। गोली की उच्चतम ऊँचाई पर ग्रह के गुरूत्वाकर्षण के कारण इसके त्वरण का मान ग्रह की सतह पर गुरूत्वीय त्वरण के मान का एक चौथाई (1/4) है। यदि ग्रह से पलायन वेग $v_{esc}=v\sqrt{N}$ है तो N का मान है (वातावरण के कारण होने वाली ऊर्जा क्षय नगण्य है)

Ans. **2**

Sol. When it reaches its maximum height, its acceleration due to the planet's gravity is 1/4th of its value at the surface of the planet.

$\frac{GM}{r^2}=\frac{1}{4}\frac{GM}{R^2}$

r = 2R

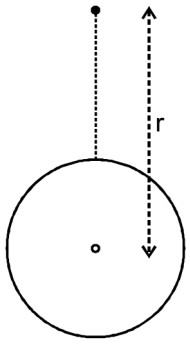
By conservation of mechanical energy

$\frac{-GMm}{R}+\frac{1}{2}mv^2=\frac{-GMm}{r}+0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{2R}$

$v_{esc}=\sqrt{\frac{2GM}{R}}=v\sqrt{N}$

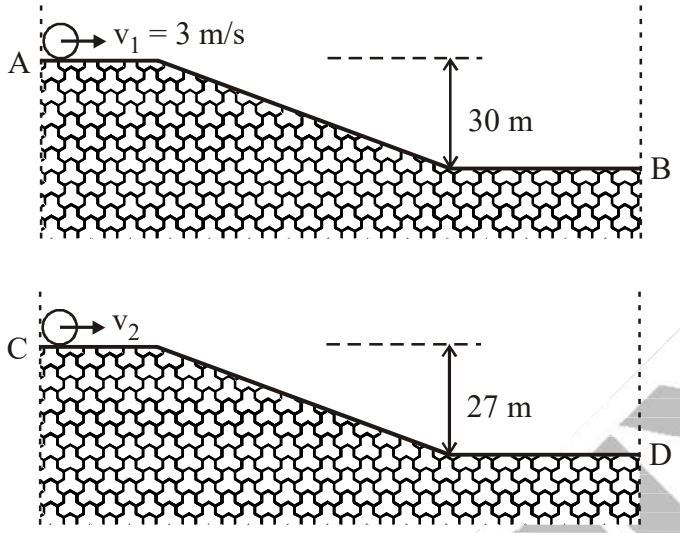
N = 2



4. Two identical uniform discs roll without slipping on two different surfaces AB and CD (see figure) starting at A and C with linear speeds v_1 and v_2, respectively and always remain in contact with the surfaces. If they reach B and D with the same linear speed and $v_1 = 3$ m/s, then v_2 in m/s is ($g = 10$ m/s^2)

चित्रानुसार दो भिन्न सतहों AB व CD पर समान वृत्ताकार चक्रिकाएं (डिस्क) A तथा C से क्रमशः v_1 तथा v_2 प्रारम्भिक रेखीय वेगों से बिना फिसलते हुए लुढकना शुरू करती हैं तथा सदैव सतहों के संपर्क में रहती हैं। यदि B तथा D बिन्दुओं पर पहुँचकर दोनों चक्रिकाओं के रेखीय वेग बराबर हैं तथा $v_1 = 3$ m/s है, तब m/s में v_2 का मान है ($g = 10$ m/s^2)

[JEE (Adv.) 2015]



Ans. 7

Sol. Final kinetic energy of both discs is same

$$\left[\frac{3}{2}\right]\frac{1}{2}m(3)^2 + mg(30) = \frac{3}{2}\frac{1}{2}mv_2^2 + mg(27)$$

$$\frac{3}{4}.9 + 300 = \frac{3}{4}v_2^2 + 270$$

$$\frac{27}{4} + 30 = \frac{3}{4}v_2^2$$

$$\Rightarrow \; v_2^2 = 9 + 40 \;\Rightarrow\; v_2 = 7$$

5. Two spherical stars A and B emit blackbody radiation. The radius of A is 400 times that of B and A emits 10^4 times the power emitted from B. The ratio $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ of their wavelengths λ_A and λ_B at which the peaks occur in their respective radiation curves is :

दो गोलाकार तारों A तथा B द्वारा कृष्णिका (ब्लैक बॉडी) विकिरण उत्सर्जित किया जा रहा है। A की त्रिज्या B की त्रिज्या की 400 गुना है तथा A से उत्सर्जित ऊर्जा B से उत्सर्जित ऊर्जा की 10^4 गुना है। उनकी उन तरंगदैर्ध्यों λ_A और λ_B, जिन पर उनके विकिरण वक्र उच्चतम हैं, के अनुपात $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ का मान है :

[JEE (Adv.) 2015]

Ans. 2

Sol. According to Wien's displacement law

$$\lambda_{m_A}T_A = \lambda_{m_B}T_B$$

Ratio of energy radiated per unit time

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{\sigma T_A^4 A_A}{\sigma T_B^4 A_B}$$

$$\frac{10^4 E}{E} = \frac{(\sigma)(4\pi)(400r)^2 T_A^4}{(\sigma)(4\pi)(r)^2 T_B^4} C$$

$$\Rightarrow \quad \left\{\frac{\lambda_A}{\lambda_B}\right\}^4 = 2^4 \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 2$$

6. A nuclear power plant supplying electrical power to a village uses a radioactive material of half life T years as the fuel. The amount of fuel at the beginning is such that the total power requirement of the village is 12.5% of the electrical power available from the plant at that time. If the plant is able to meet the total power needs of the village for a maximum period of nT years, then the value of n is :

एक गाँव को विद्युत ऊर्जा प्रदान करने वाले नाभिकीय संयंत्र में एक T वर्ष अर्द्ध–आयु के रेडियोधर्मी पदार्थ को ईंधन के रूप में प्रयोग किया जा रहा है। प्रारम्भ में ईंधन की मात्रा इतनी है कि गाँव की सम्पूर्ण विद्युत शक्ति की आवश्यकताऐं उस समय उपलब्ध विद्युत शक्ति की 12.5% है। यदि यह संयंत्र गाँव की सम्पूर्ण ऊर्जा आवश्यकताओं को अधिकतम nT वर्षो के लिए पूरा कर सकता है, तब n का मान है :

[JEE (Adv.) 2015]

Ans. **3**

Sol. $E' \times \frac{12.5}{100} = E$

$E = \frac{E'}{8}$ (E = Power requirement to the village)

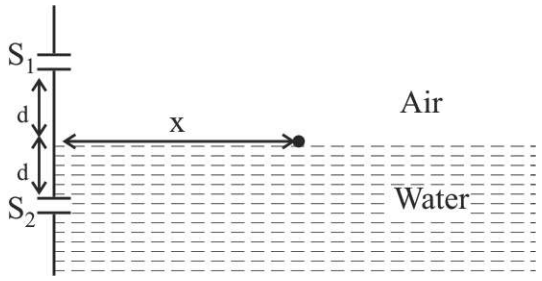
$E = \frac{E'}{2^3}$

Number of half life = 3

So total time required = 3 × T years

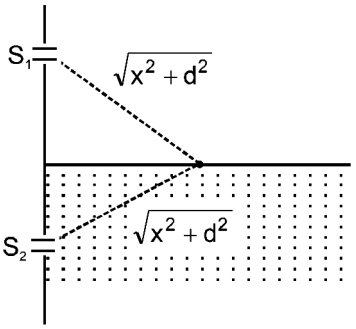
7. A Young's double slit interference arrangement with slits S_1 and S_2 is immersed in water (refractive index = 4/3) as shown in the figure. The positions of maxima on the surface of water are given by $x^2 = p^2m^2\lambda^2 - d^2$, where λ is the wavelength of light in air (refractive index = 1), 2d is the separation between the slits and m is an integer. The value of p is :

एक यंग द्विझिरी व्यतिकरण (डबल स्लिट इन्टरफीरेंस) सेट–अप, जिसकी झिरियाँ S_1 तथा S_2 हैं, को दर्शाये चित्रानुसार पानी (अपवर्तनांक = 4/3) में डुबाया गया है। पानी की सतह पर महत्तम तीव्रता की स्थितियाँ $x^2 = p^2m^2\lambda^2 - d^2$ संबंध द्वारा दी जाती हैं। यहाँ पर λ प्रकाश की वायु (अपवर्तनांक = 1) में तरंगदैर्ध्य, 2d झिरियों के मध्य दूरी तथा m एक पूर्णांक है। तब p का मान है : **[JEE (Adv.) 2015]**



Ans. **3**

Sol. For constructive interference $\Delta x = m\lambda$



$$\frac{4}{3}\sqrt{d^2+x^2}-\sqrt{d^2+x^2}=m\lambda$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{d^2+x^2}=m\lambda$$

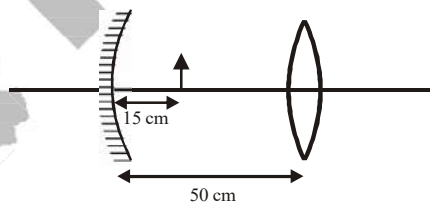
$$x^2=9m^2\lambda^2-d^2$$

$p = 3$

8. Consider a concave mirror and a convex lens (refractive index = 1.5) of focal length 10 cm each, separated by a distance of 50 cm in air (refractive index = 1) as shown in the figure. An object is placed at a distance of 15 cm from the mirror. Its erect image formed by this combination has magnification M_1. When the set-up is kept in a medium of refractive index 7/6, the magnification becomes M_2. The magnitude $\left|\frac{M_2}{M_1}\right|$ is :

एक अवतल दर्पण तथा उत्तल लेंस (अपवर्तनांक = 1.5) जिनमें प्रत्येक की फोकस दूरी 10 cm है, दर्शाये चित्रानुसार एक–दूसरे से 50 cm की दूरी पर वायु (अपवर्तनांक = 1) में स्थित हैं। एक वस्तु को दर्पण से 15 cm की दूरी पर रखा गया है। इस संयोजन द्वारा वस्तु के सीधे बनने वाले प्रतिबिम्ब का आवर्धन M_1 है। जब यह सेट–अप 7/6 अपवर्तनांक के माध्यम में रखा जाता है तब आवर्धन M_2 हो जाता है। $\left|\frac{M_2}{M_1}\right|$ के परिमाण का मान है :

[JEE (Adv.) 2015]



Ans. **7**

Sol. For mirror

$$M=\frac{f}{f-u}=-\frac{V}{u}$$

$$M=\frac{-10}{-10+15}=-\frac{V}{-15}$$

$M = -2$,

$v = -30$ cm

For lens

$$M'=\frac{f}{f+u}=\frac{10}{10-20}=-1$$

$M_1 = 2$

In liquid

$$\frac{f'}{f}=\frac{\mu-1}{\left(\frac{\mu}{\mu_0}-1\right)}=\frac{7}{4}$$ {f' is the focal length of lens in medium of refractive index $\mu_0=\frac{7}{6}$}

$$f'=\frac{70}{4}\text{cm}$$

$$M'=\frac{f'}{f'+u}=\frac{\frac{70}{4}}{\frac{70}{4}-20}=-7$$

$$M_2=14$$

$$\left|\frac{M_2}{M_1}\right|=7$$

SECTION-2 (Maximum Marks : 40)

- **This section contains TEN Questions**
- **Each question has FOUR options (A), (B), (C) and (D). ONE OR MORE THAN ONE of these foru option(s) is (are) correct.**
- **For each question, darken the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) in the ORS**
- **Marking scheme :**

+4 If only the bubble(s) corresponding to all the correct option(s) is (are) darkened

0 If none of the bubbles is darkened

–2 In all other cases

9. Consider a Vernier callipers in which each 1 cm on the main scale is divided into 8 equal divisions and a screw gauge with 100 divisions on its circular scale. In the Vernier callipers, 5 divisions of the Vernier scale coincide with 4 divisions on the main scale and in the screw gauge, one complete rotation of the circular scale moves it by two divisions on the linear scale. Then :

एक वर्नियर कैलीपर्स में मुख्य पैमाने का 1 cm 8 बराबर भागों में विभक्त है तथा एक पेंचमापी के वृत्ताकार पैमाने पर 100 भाग हैं। वर्नियर कैलीपर्स में वर्नियर पैमाने पर 5 समान भाग हैं जो मुख्य पैमाने के 4 भागों से पूरी तरह मिलते हैं (संपाती होते हैं)। पेंचमापी में वृत्ताकार पैमाने के एक पूरे चक्कर से रेखीय पैमाने पर 2 भागों की दूरी तय होती है। तब :

[JEE (Adv.) 2015]

(A) If the pitch of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.01 mm.

(B*) If the pitch of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.005 mm.

(C*) If the least count of the linear scale of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.01 mm.

(D) If the least count of the linear scale of the screw gauge is twice the least count of the Vernier callipers, the least count of the screw gauge is 0.005 mm.

(A) यदि पेंचमापी का चूड़ी अन्तराल वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तब पेंचमापी का अल्पतमांक 0.01

mm है।

(B*) यदि पेंचमापी का चूड़ी अन्तराल वर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तब पेंचमापी का अल्पतमांक 0.005 mm है।

(C*) यदि पेंचमापी के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक वर्नियर कैलपर्स के अल्पतमांक का दोगुना है, तो पेंचमापी का अल्पतमांक 0.01 mm है।.

(D) यदि पेंचमापी के रेखीय पैमाने का अल्पतमांक विर्नियर कैलीपर्स के अल्पतमांक का दो गुना है, तो पेंचमापी का अल्पतमांक 0.005 mm है।

Sol. For Vernier calipers

$1\text{MSD} = \frac{1}{8}\text{cm}$

$5\text{ VSD} = 4\text{ MSD}$

$1\text{VSD} = \frac{4}{5}\text{MSD} = \frac{4}{5}\times\frac{1}{8} = \frac{1}{10}\text{cm}$

$\text{LC of vernier calliper} = \frac{1}{8}\text{cm} - \frac{1}{10}\text{cm} = 0.025\,\text{cm}$

(A) & (B)

pitch of screw gause = $2 \times (0.025) = 0.05$ cm

$\text{Leastcount of screw gause} = \frac{0.05}{100}\text{cm} = 0.005\,\text{mm}$

(C) & (D) Least count of linear scale of screw gauge = 0.05 cm

pitch = 0.05×2 cm = 0.1 cm

$\text{Leastcount of screw gause} = \frac{0.1}{100}\text{cm} = 0.01\,\text{mm}$

10. Planck's constant h, speed of light c and gravitational constant G are used to form a unit of length L and a unit of mass M. Then the correct option(s) is (are) :

प्लांक स्थिरांक h, प्रकाश की चाल c तथा गुरूत्वाकर्षण स्थिरांक G को लम्बाई की इकाई L तथा द्रव्यमान की इकाई M बनाने के लिए प्रयोग किया जाता है। तब सही कथन है (हैं) : **[JEE (Adv.) 2015]**

(A*) $M \propto \sqrt{c}$ (B) $M \propto \sqrt{G}$ (C*) $L \propto \sqrt{h}$ (D*) $L \propto \sqrt{G}$

Sol. $M = h^x c^y G^z$

$M = (ML^2T^{-1})^x (LT^{-1})^y (M^{-1}L^3T^{-2})^z$

$x - z = 1$

$2x + y + 3z = 0$

$-x - y - 2z = 0$

$x = \frac{1}{2}, \quad y = \frac{1}{2}, \quad z = \frac{-1}{2}$

$M \alpha \sqrt{h}\sqrt{c}\,\frac{1}{\sqrt{G}}$

For L

$x - z = 0$

$2x + y + 3z = 1$

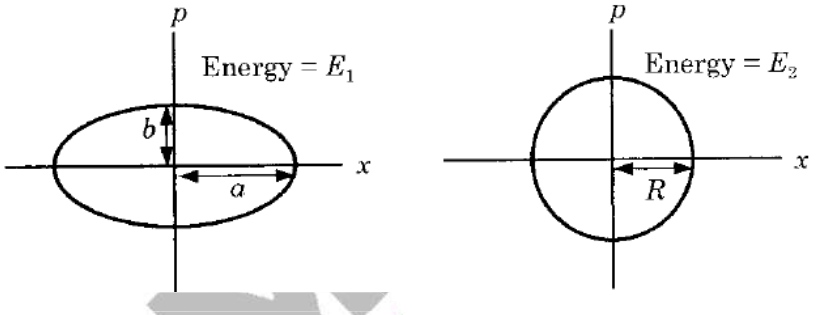
$-x - y - 2z = 0$

$x = \frac{1}{2}$ $y = \frac{-3}{2}$ $z = \frac{1}{2}$

$L \alpha \sqrt{h}\ \frac{1}{C^{3/2}}\ \sqrt{G}$

11. Two independent harmonic oscillators of equal mass are oscillating about the origin with angular frequencies ω_1 and ω_2 and have total energies E_1 and E_2, respectively. the variations of their momenta p with positions x are shown in the figures. If $\frac{a}{b} = n^2$ and $\frac{a}{R} = n$, then the correct equation(s) is (are)

दो निरवलंबित बराबर द्रव्यमान के आवृत्तियों ω_1 तथा ω_2 तथा कुल ऊर्जाओं E_1 तथा E_2 से दोलन कर रहे हैं। उनके संवेगों p के स्थिति x के साथ परिवर्तन संबंध चित्रों में दर्शाये गये हैं। यदि $\frac{a}{b} = n^2$ तथा $\frac{a}{R} = n$ है, तब सही कथन है (हैं) **[JEE (Adv.) 2015]**



(A) $E_1\omega_1 = E_2\omega_2$ (B*) $\omega_2/\omega_1 = n^2$ (C) $\omega_1\ \omega_2 = n^2$ (D*) $\frac{E_1}{\omega_1} = \frac{E_2}{\omega_2}$

Sol. For first oscillator

$b = ma\omega_1$

$\frac{a}{b} = \frac{1}{m\omega_1} = n^2$

For Second oscillator

$\frac{1}{m\omega_2} = 1$

$\frac{\omega_2}{\omega_1} = n^2$ Ans. B

$E_1 = \frac{1}{2} m\ \omega_1^2\ a^2$

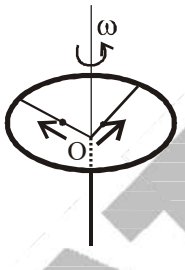
$E_2 = \frac{1}{2} m\omega_2^2\ R^2$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \times n^2 = \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \times \frac{\omega_2}{\omega_1}$

$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \Rightarrow \frac{E_1}{\omega_1} = \frac{E_2}{\omega_2}$ Ans. D

12. A ring of mass M and radius R is rotating with angular speed ω about a fixed vertical axis passing through its centre O with two point masses each of mass M/8 at rest at O. These masses can move radially outwards along two massless rods fixed on the ring as shown in the figure. At some instant the angular speed of the system is 8/9 ω and one of the masses is at a distance of 3/5 R from O. At this instant the distance of the other mass from O is : **[JEE (Adv.) 2015]**

एक द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R का छल्ला अपने केन्द्र O से होकर जाने वाली स्थिर ऊर्ध्वाधर अक्ष के चारों ओर ω कोणीय गति से घूम रहा है। इस समय पर M/8 द्रव्यमान के दो बिन्दु द्रव्यमान छल्ले के केन्द्र O पर विराम स्थिति में हैं। वो दर्शाये चित्रानुसार छल्ले पर लगी द्रव्यमान रहित दो छड़ों पर त्रिज्यतः बाहर की ओर गति कर सकते हैं। किसी एक क्षण पर निकाय की कोणीय गति 8/9 ω है तथा एक बिन्दु द्रव्यमान O से 3/5 R की दूरी पर है। इस क्षण दूसरे बिन्दु द्रव्यमान की O से दूरी होगी : **[JEE (Adv.) 2015]**



(A) 2/3 R (B) 1/3 R (C) 3/5 R (D*) 4/5 R

Sol. By conservation of angular momentum

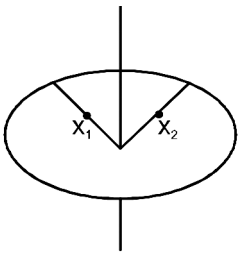
$$MR^2\omega = \left(MR^2 + \frac{M}{8}\frac{9R^2}{25} + \frac{Md^2}{8} \right)\frac{8\omega}{9}$$

$$R^2 = \left(\frac{200R^2 + 9R^2 + 25d^2}{8\times 25} \right)\frac{8}{9}$$

$$225\,R^2 - 209\,R^2 = 25\,d^2$$

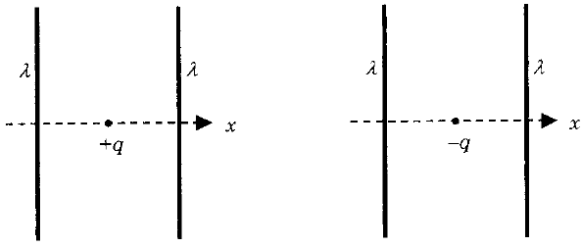
$$d = \frac{16R^2}{25}$$

$$d = \frac{4R}{5}$$



13. The figures below depict two situations in which two infinitely long static line charges of constant positive line charge density λ are kept parallel to each other. In their resulting electric field, point charges q and –q are kept in equilibrium between them. The point charges are confined to move in the x direction only. If they are given a small displacement about their equilibrium positions, then the correct statement(s) is (are)

दिये गये चित्रों में दो स्थितियाँ दिखायी गयी हैं जिनमें दो अनन्त लम्बाई के एकसमान रैखिक आवेश घनत्व λ (धनात्मक) के सीधे तार एक–दूसरे के समानान्तर रखे गये हैं। चित्रानुसार q तथा –q मान के बिन्दु आवेश तारों से समान दूरी पर उनके विद्युत क्षेत्र समावस्था में रखे हुए हैं। ये आवेश केवल x-दिशा में चल सकते हैं। यदि आवेशों को उनकी समावस्था से थोड़ा सा विस्थापित करा जाये, तो सही विकल्प है (हैं) **[JEE (Adv.) 2015]**



(A) Both charges execute simple harmonic motion

(B) Both charges will continue moving in the direction of their displacement

(C*) Charge +q executes simple harmonic motion while charge –q continues moving in the direction of its displacement

(D) Charge –q executes simple harmonic motion while charge +q continues moving in the direction of its displacement

(A) दोनों आवेश सरल आवर्त गति करेंगे।

(B) दोनों आवेश उनके विस्थापन की दिशा में चलते रहेंगे।

(C*) +q आवेश सरल आवर्त गति करेगा जबकि –q आवेश अपने विस्थापन की दिशा में चलते रहेगा।

(D) –q आवेश सरल आवर्त गति करेगा जबकि +q आवेश अपने विस्थापन की दिशा में चलता रहेगा।

Sol. As +q is displaced towards right, the repulsion of right side wire will dominate and the net force on +q will be towards left, and vice versa

$$F_{restoring} = q\left(\frac{2k\lambda}{d-x} - \frac{2k\lambda}{d+x}\right)$$

$$F_{restoring} = \frac{2k\lambda(2x)q}{d^2 - x^2} \approx \left(\frac{4k\lambda q}{d^2}\right)x$$

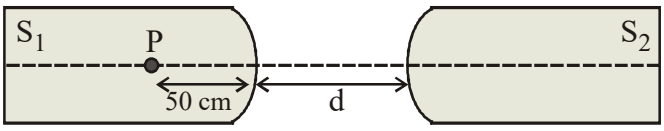
Hence SHM

For –q, as it is displaced towards right the attraction of right side wire will dominate, which forces the –q charge to move in the same direction of displacement similarity for other side

Hence it is not SHM.

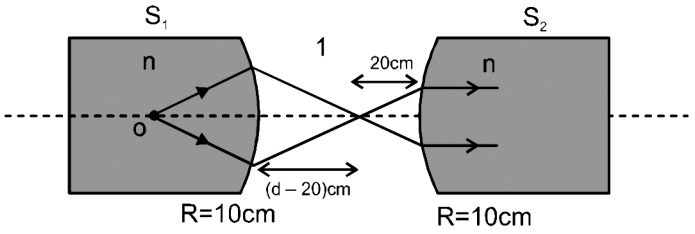
14. Two identical glass rods S_1 and S_2 (refractive index = 1.5) have one convex end of radius of curvature 10 cm. They are placed with the curved surfaces at a distance d as shown in the figure, with their axes (shown by the dashed line) aligned. When a point source of light P is placed inside rod S_1 on its axis at a distance of 50 cm from the curved face, the light rays emanating from it are found to be parallel to the axis inside S_2. The distance d is :

दो कॉच (अपवर्तनांक = 1.5) की एकरूप छड़ों S_1 तथा S_2 का एक छोर 10 cm वक्रता त्रिज्या की उत्तल सतह है। उनकी वक्र सतह एक दूसरे से d दूरी पर दर्शाये चित्रानुसार रखी हैं तथा उनके अक्ष एक रेखा (चित्र में असतत रेखा) पर हैं। यदि प्रकाश के एक बिन्दु स्त्रोत P को छड़ S_1 के अंदर वक्र सतह से 50 cm की दूरी पर रखने पर इससे निकलने वाली प्रकाश की किरणें छड़ S_2 के अन्दर अक्ष के समान्तर हों, तब दूरी d होगी : **[JEE (Adv.) 2015]**



(A) 60 cm (B*) 70 cm (C) 80 cm (D) 90 cm

Sol.



at glass rod S_2

$1 \rightarrow n$ refraction

$$\frac{n}{\infty}-\frac{1}{u_2}=\frac{n-1}{+10}$$

$$\Rightarrow \quad u_2=-20$$

at glass rod S_1

for $n \rightarrow 1$ refraction

$V_1 = d - 20$

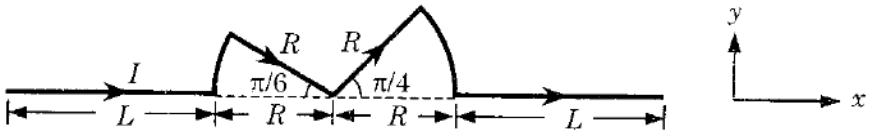
$$\frac{1}{d-20}+\frac{n}{(-50)}=+\frac{1-n}{-10}$$

$$\frac{1}{d-20}+\frac{n}{50}=+\frac{1}{20}$$

$d = 70$ cm

15. A conductor (shown in the figure) carrying constant current I is kept in the x-y plane in a uniform magnetic field $\vec{B}$. If F is the magnitude of the total magnetic force acting on the conductor, then the correct statement(s) is (are) :

दर्शाये गए चित्रानुसार x-y तल में स्थित एक विद्युत I धारावाही चालक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में रखा है। यदि चालक पर लगने वाले कुल चुंबकीय बल का परिमाण F है, तब सही विकल्प है (हैं) : **[JEE (Adv.) 2015]**



(A*) If $\vec{B}$ is along $\hat{z}$, $F \propto (L+R)$

(B*) If $\vec{B}$ is along $\hat{x}$, $F = 0$

(C*) If $\vec{B}$ is along $\hat{y}$, $F \propto (L+R)$

(D) If $\vec{B}$ is along $\hat{z}$, $F = 0$

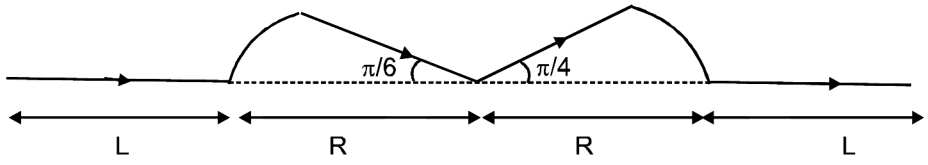
(A*) यदि $\vec{B}$ की दिशा $\hat{z}$ है तब $F \propto (L+R)$

(B*) यदि $\vec{B}$ की दिशा $\hat{x}$ है तब $F = 0$

(C*) यदि $\vec{B}$ की दिशा $\hat{y}$ है तब $F \propto (L+R)$

(D) यदि $\vec{B}$ की दिशा $\hat{z}$ है तब $F = 0$

Sol.



$$\vec{F} = i(\vec{l} \times \vec{B})$$

$$= i\{2(L+R)\hat{i} \times \vec{B}\}$$

If $\vec{B}$ is along $\hat{z}$

$\vec{F} = [i\ 2(L+R)\,B](-\hat{j})$

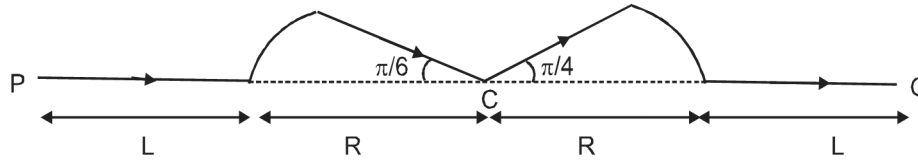
If $\vec{B}$ is along $\hat{x}$

$\vec{F} = 0$

If $\vec{B}$ is along $\hat{y}$

$\vec{F} = i\left\{2(L+R)\,B\right)\hat{k}\}$

Alternate Solution :



$d\vec{F} = i(d\vec{l} \times \vec{B})$

In uniform magnetic field

$\int d\vec{F} = \int i(d\vec{l} \times \vec{B}) = i(\int d\vec{l} \times \vec{B})$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = i\left(\overrightarrow{PQ} \times \vec{B}\right)$

(A) F = [i 2(L + R)B] = 2iB (L + R)
(B) F = 0
(C) F = [i 2(L + R)B] = 2iB (L + R)
(D) F = [i 2(L + R)B] = 2iB (L + R)

16. A container of fixed volume has a mixture of one mole of hydrogen and one mole of helium in equilibrium at temperature T. Assuming the gases are ideal, the correct statement(s) is (are) : **[JEE (Adv.) 2015]**

(A*) The average energy per mole of the gas mixture is 2RT

(B*) The ratio of speed of sound in the gas mixture to that in helium gas is $\sqrt{6/5}$

(C) The ratio of the rms speed of helium atoms to that of hydrogen molecules is 1/2

(D*) The ratio of the rms speed of helium atoms to that of hydrogen molecules is $1/\sqrt{2}$

एक मोल हाइड्रोजन और एक मोल हीलियम का गैस मिश्रण एक नियत आयतन के बर्तन में T तापमान पर साम्यावस्था में रखा है। यदि गैसों का व्यवहार आदर्श है, तब सही विकल्प है (हैं) : **[JEE (Adv.) 2015]**

(A*) गैस के मिश्रण में प्रति मोल औसत ऊर्जा 2RT है।

(B*) गैस के मिश्रण तथा हीलियम गैस में ध्वनि की गतियों का अनुपात $\sqrt{6/5}$ है।

(C) हीलियम के परमाणुओं तथा हाइड्रोजन के अणुओं की rms चालों का अनुपात 1/2 है।

(D*) हीलियम के परमाणुओं तथा हाइड्रोजन के अणुओं की rms चालों का अनुपात है $1/\sqrt{2}$ है।

Sol. Total Energy $= \frac{3}{2}RT + \frac{5}{2}RT = 4RT$

Average energy per moles of mixture

$= \frac{4RT}{2} = 2RT$

$v_{sound} = \sqrt{\frac{\lambda RT}{M}}$

$$\gamma_{mix}=\frac{1\times\frac{5}{2}+1\times\frac{7}{2}}{1\times\frac{3}{2}+1\times\frac{5}{2}}=\frac{3}{2},\quad M_{mix}=\frac{1\times2+1\times4}{2}=3$$

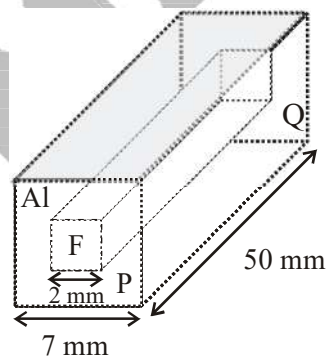
$$\frac{v_{sound,mix}}{v_{sound,He}}=\sqrt{\frac{\gamma_{mix}\times M_{He}}{\gamma_{He}\times M_{mix}}}=\sqrt{\frac{6}{5}}$$

$$v_{rms}=\sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

$$\frac{v_{rms,He}}{v_{rms,H_2}}=\sqrt{\frac{2}{4}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$$

17. In an aluminum (Al) bar of square cross section, a square hole is drilled and is filled with iron (Fe) as shown in the figure. The electrical resistivities of Al and Fe are $2.7\times10^{-8}\,\Omega$ m and $1.0\times10^{-7}\,\Omega$ m, respectively. The electrical resistance between the two faces P and Q of the composite bar is : **[JEE (Adv.) 2015]**

दर्शाये चित्रानुसार एक वर्गाकार अनुप्रस्थ काट की एल्युमिनम (Al) की सिल्ली (बार) में एक वर्गाकार छिद्र बनाकर उसे लोहे (Fe) से भर दिया जाता है। एल्युमिनम तथा लोहे (Fe) की विद्युत प्रतिरोधकताएं क्रमशः $2.7\times10^{-8}\,\Omega$ m तथा $1.0\times10^{-7}\,\Omega$ m हैं। इस मिश्र सिल्ली के P तथा Q फलकों के मध्य विद्युत प्रतिरोध है : **[JEE (Adv.) 2015]**



(A) $\frac{2475}{64}\mu\Omega$ (B*) $\frac{1875}{64}\mu\Omega$ (C) $\frac{1875}{49}\mu\Omega$ (D) $\frac{2475}{132}\mu\Omega$

Sol. R_{Al} and R_{Fe} are parallel to each other

$$\frac{1}{R_{el}}=\frac{1}{R_{\Delta l}}+\frac{1}{R_{fe}}$$

$$\frac{1}{R_{\Delta l}}=\frac{2.7\times10^{-8}\times(.05)}{(.007)^2-(.002)^2};\qquad R_{Fe}=\frac{1.0\times10^{-7}\times(.05)}{(.002)^2}$$

$$\frac{1}{R_{\Delta l}}=\frac{2.7\times10^{-8}\times5\times10^{-4}}{10^{-6}\times45\times100}=3\times10^{-5}$$

$$R_{Fe}=\frac{10^{-7}}{4\times10^{-6}}5\times10^{-2}=\frac{5}{4}\times10^{-3}$$

$$\frac{1}{R_{el}} = \frac{1}{3\times10^{-5}} + \frac{4}{5\times10^{-3}} = \frac{10^5}{3} + \frac{4\times10^3}{5}$$

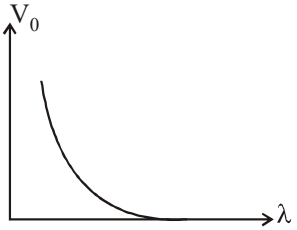
$$\frac{1}{R_{el}} = \frac{15}{5\times10^5 + 12\times10^3} = \frac{15}{5.12\times10^5}$$

$$\frac{1}{R_{el}} = \frac{150}{5.12}\mu\Omega = \frac{1875}{64}\mu\Omega$$

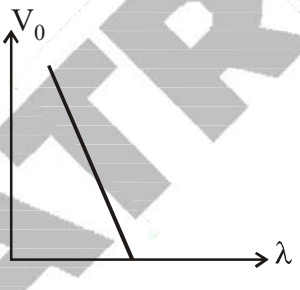
18. For photo-electric effect with incident photon wavelength λ, the stopping potential is V_0. Identify the correct variation(s) of V_0 with λ and $1/\lambda$.

प्रकाश–विद्युत प्रभाव में आपतित फोटॉन की तरंगदैर्ध्य λ है तथा निरोधी विभव V_0 है। V_0 का λ तथा $1/\lambda$ के साथ सही ग्राफ है (हैं) **[JEE (Adv.) 2015]**

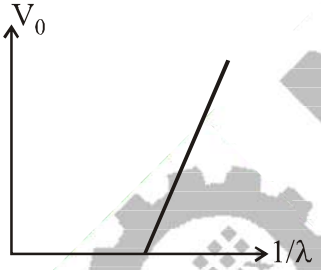
(A*)



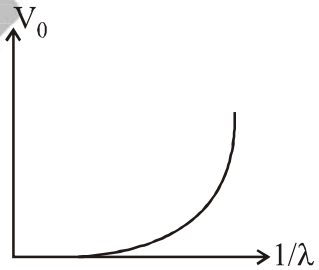
(B)



(C*)

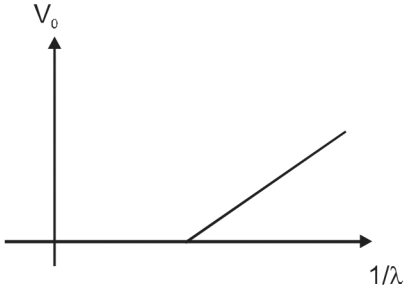


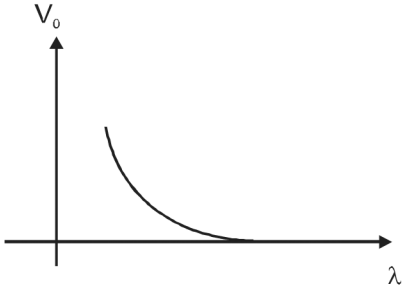
(D)



Sol. $\frac{hc}{\lambda} = eV_0 + \phi$

$\Rightarrow V_0 = \frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda}\right) - \phi$





SECTION-3 (Maximum Marks : 16)

19. Match the nuclear processes given in column I with the appropriate option(s) in column II.

[JEE (Adv.) 2015]

Column I	**Column II**
(A) Nuclear fusion	(P) Absorption of thermal neutrons by $^{235}_{92}U$
(B) Fission in a nuclear reactor	(Q) $^{60}_{27}Co$ nucleus
(C) β-decay	(R) Energy production in stars via hydrogen conversion to helium
(D) γ-ray emission	(S) Heavy water
	(T) Neutrino emission

कॉलम I में दी गयी नाभिकीय प्रक्रियाओं का कॉलम II में दिये गये विकल्प/ विकल्पों से उचित मिलान कीजिए

[JEE (Adv.) 2015]

Column I	**Column II**
(A) नाभिकीय संलयन	(P) ऊष्मीय न्यूट्रॉनों का $^{235}_{92}U$ द्वारा अवशोषण
(B) नाभिकीय संयंत्र में विखण्डन	(Q) $^{60}_{27}Co$ नाभिक
(C) β-क्षय	(R) तारों में हाइड्रोजन का हीलियम में परिवर्तन द्वारा ऊर्जा उत्पादन
(D) γ-किरण उत्सर्जन	(S) भारी जल
	(T) न्यूट्रिनों उत्सर्जन

ans. A) - R; (B) - P, S; (C) - Q,T; (D) - Q,R,T

Sol. NA

20. A particle of unit mass is moving along the x-axis under the influence of a force and its total energy is conserved. Four possible forms of the potential energy of the particle are given in cloumn I (a and U_0 are constants). Match the potential energies in column I to the corresponding statement(s) in column II

[JEE (Adv.) 2015]

Column I	**Column II**
(A) $U_1(x)=\frac{U_0}{2}\left[1-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right]^2$	(P) The force acting on the particle is zero at x = a
(B) $U_2(x)=\frac{U_0}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2$	(Q) The force acting on the particle is zero at x = 0
(C) $U_3(x)=\frac{U_0}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2\exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right]$	(R) The force acting on the particle is zero at x = –a
(D) $U_4(x)=\frac{U_0}{2}\left[\frac{x}{a}-\frac{1}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^3\right]$	(S) The particle experiences an attractive force towards x = 0 in the region $\|x\| < a$
	(T) The particle with total energy $\frac{U_0}{4}$ can oscillate about

the point $x = -a$

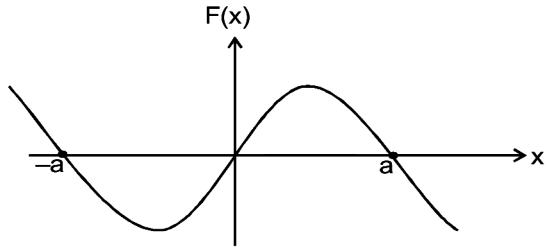
इकाई द्रव्यमान का एक कण एक बल के प्रभाव में x-अक्ष पर गति कर रहा है। कण की कुल ऊर्जा संरक्षित है। कॉलम I में कण की स्थितिज ऊर्जाओं के चार संभावित रूप दिये गये है (a तथा U_0 स्थिरांक है)। कॉलम I में दी गयी स्थितिज ऊर्जाओं का कॉलम II में दिये कथन/कथनों से उचित मिलान कीजिए। **[JEE (Adv.) 2015]**

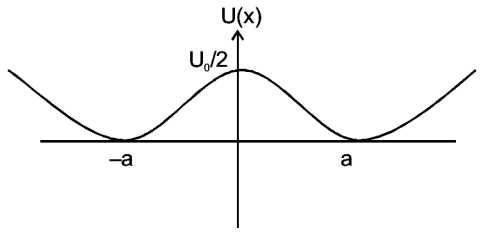
कॉलम I	**कॉलम II**
(A) $U_1(x) = \frac{U_0}{2}\left[1-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right]^2$	(P) कण पर कार्य करने वाला बल $x = a$ पर शून्य है।
(B) $U_2(x) = \frac{U_0}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2$	(Q) कण पर कार्य करने वाला बल $x = 0$ पर शून्य है।
(C) $U_3(x) = \frac{U_0}{2}\left(\frac{x}{a}\right)^2 \exp\left[-\left(\frac{x}{a}\right)^2\right]$	(R) कण पर कार्य करने वाला कण $x = -a$ पर शून्य है।
(D) $U_4(x) = \frac{U_0}{2}\left[\frac{x}{a}-\frac{1}{3}\left(\frac{x}{a}\right)^3\right]$	(S) क्षेत्र $\|x\| < a$ में कण $x = 0$ की ओर आकर्षण बल का अनुभव करता है।
	(T) $\frac{U_0}{4}$ कुल ऊर्जा वाला कण $x = -a$ बिन्दु के परितः दोलन कर सकता है।

ans. (A) - P,Q,R,T; (B) - Q,S; (C) - P,Q,R,S; (D) - P,R,T

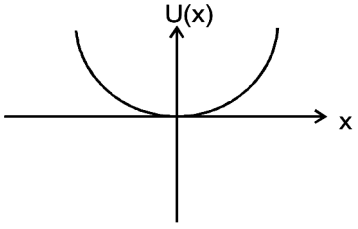
Sol. **(A)** $F_x = \frac{-dU}{dx} = -\frac{2U_0}{a^3}[x-a]\ [x]\ [x+a]$

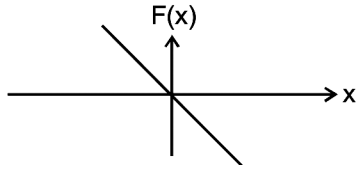
(A) $\rightarrow$ (P) (Q) (R) (T)





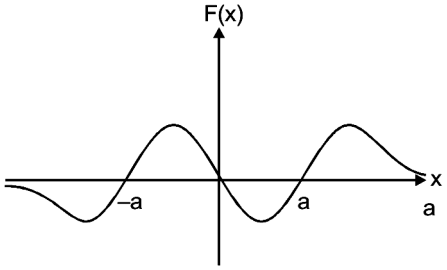
(B) $F_x = \frac{-dU}{dx} = -U_0\left(\frac{x}{a}\right)$

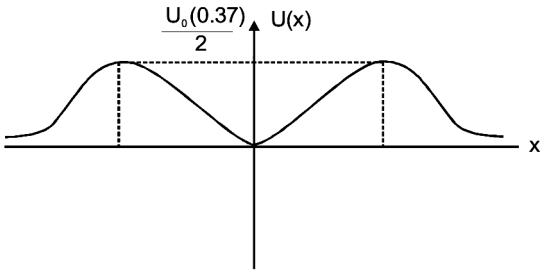




(C) $F_x = -\frac{dU}{dx}$

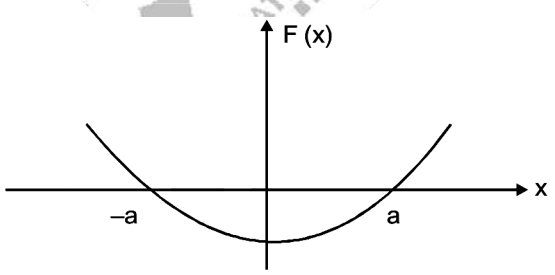
$= U_0 \frac{e^{-x^2/a^2}}{a^3}[x][x-a][x+a]$





(D) $F_x = -\frac{dU}{dx} =$

$= -\frac{U_0}{2a^3}[(x-a)(x+a)]$



P, R, T